

# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche  
Tiziano Villa

26 Febbraio 2016

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	10	
problema 2	20	
totale	30	

1. (a) Si consideri la macchina a stati finiti seguente con ingressi  $I = \{1, \perp\}$  e uscite  $U = \{0, 1, \perp\}$ :

Macchina  $M$ :

- stati:  $s_a, s_b, s_c, s_d$  con  $s_a$  stato iniziale;
- transizione da  $s_a$  a  $s_b$ : 1/1,  
transizione da  $s_b$  a  $s_c$ : 1/0,  
transizione da  $s_c$  a  $s_d$ : 1/1,  
transizione da  $s_d$  a  $s_a$ : 1/0.

Si risponda alle seguenti domande:

- i. Si disegni il diagramma di transizione della macchina  $M$ .

ii. Si definisca la nozione di relazione di bisimulazione tra due macchine a stati finiti.

Si ottenga una macchina a stati finiti  $\tilde{M}$  bisimile alla precedente con due soli stati.

Traccia di risposta.

Macchina  $\tilde{M}$ :

- stati:  $s_A, s_B$  con  $s_A$  stato iniziale;
- transizione da  $s_A$  a  $s_B$ : 1/1,  
transizione da  $s_B$  a  $s_A$ : 1/0.

iii. Si scriva la relazione di bisimulazione  $B$  tra le due macchine  $M$  e  $\tilde{M}$ .

Traccia di soluzione.

$$B = \{(s_a, s_A), (s_b, s_B), (s_c, s_A), (s_d, s_B), (s_A, s_a), (s_B, s_b), (s_A, s_c), (s_B, s_d)\}.$$

E' la relazione di bisimulazione massima.

iv. Si applichi a  $M$  l'algoritmo di minimizzazione che ottiene  $\min(M)$ , una macchina equivalente a  $M$  con un numero minimo di stati tra quelle bisimili a  $M$ .

Traccia di soluzione.

Si ottiene la macchina  $\tilde{M}$ .

v. Si confronti  $\tilde{M}$  con  $\min(M)$ .

Traccia di soluzione.

$\min(M)$  e  $\tilde{M}$  sono la medesima macchina a meno di ridenominazione degli stati.

2. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla:  $\{P, T, A, w, x\}$ , dove  $P$  sono i posti,  $T$  le transizioni,  $A$  gli archi,  $w$  la funzione di peso sugli archi, e  $x$  il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto).  $I(t_i)$  indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione  $t_i$ ,  $O(t_j)$  indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione  $t_j$ .

Si consideri la rete di Petri  $P_{416}$  definita da:

- $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$
- $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$
- $A = \{(p_1, t_1), (p_1, t_2), (p_2, t_3), (p_3, t_1), (p_3, t_2), (p_4, t_4), (t_1, p_2), (t_2, p_4), (t_3, p_1), (t_3, p_3), (t_4, p_1), (t_4, p_3)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$ , tranne che  $w(p_3, t_2) = k$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$ , tranne che  $w(t_4, p_3) = k$

Sia  $x_0 = [k, 0, k, 0]$  la marcatura iniziale.

- (a) Si disegni il grafo della rete di Petri  $P_{416}$ .

(b) Si disegni l'albero di raggiungibilit  della rete di Petri  $P_{416}$ .

Traccia di soluzione.

Si veda il foglio allegato.

(c) Si disegni l'albero di copertura della rete di Petri  $P_{416}$ .

(d) Si definisca la nozione di rete di Petri limitata.

Si argomenti se la rete di Petri  $P_{416}$  e' limitata.

Traccia di soluzione.

La rete di Petri e' limitata come e' dimostrato dal fatto che non ci sono  $\omega$  nell'albero di copertura.  $k$  e' il massimo numero di gettoni che possono accumularsi in un posto.



- (e) Sia data la definizione "Una rete di Petri con marcatura iniziale  $x_0$  e' viva se da ogni transizione  $t$  e da ogni marcatura  $x_M$  raggiungibile da  $x_0$  esiste una marcatura  $x_t$  raggiungibile da  $x_M$  dove  $t$  e' abilitata a scattare." Si argomenti se la rete di Petri  $P_{416}$  e' viva.

Traccia di soluzione.

Dall'albero precedente si vede che da ogni nodo dell'albero si puo' eventualmente far scattare qualsiasi transizione (da ogni marcatura si puo' ritornare alla marcatura iniziale e da li' far scattare qualsiasi transizione).

(f) Si definisca la nozione di rete di Petri conservativa.

Si argomenti se la rete di Petri  $P_{416}$  e' conservativa.

Traccia di soluzione.

La conservativita' corrisponde a

$$\sum_{i=1}^b \gamma_i x(p_i) = C$$

dove  $b$  sono i posti limitati (senza mai un  $\omega$ ), ci sono tante equazioni quante sono le marcature nell'albero di copertura e  $b + 1$  incognite ( $b$  coefficienti positivi  $\gamma_i$  e la costante  $C$ ). I coefficienti dei posti con  $\omega$  sono  $\gamma_i = 0$ .

Il vettore che testimonia la conservativita' e':  $[1, 2, 1, k + 1]$ , cui corrisponde  $C = 2k$ .