

Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche
Tiziano Villa

10 Febbraio 2017

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	14	
problema 2	16	
totale	30	

1. (a) Si definisca la composizione prodotto \times di due automi e di due linguaggi.
Qual e' la relazione tra il linguaggio della composizione prodotto di due automi e i linguaggi degli automi composti ?

Traccia di soluzione.

Si rimanda alle dispense.

$$L(G_1 \times G_2) = L(G_1) \cap L(G_2)$$

$$L_m(G_1 \times G_2) = L_m(G_1) \cap L_m(G_2)$$

(b) Si definisca la composizione in parallelo \parallel di due automi e di due linguaggi.

Qual e' la relazione tra il linguaggio della composizione in parallelo di due automi e i linguaggi degli automi composti ?

Traccia di soluzione.

Si rimanda alle dispense.

$$L(G_1 \parallel G_2) = P_1^{-1}[L(G_1)] \cap P_2^{-1}[L(G_2)]$$

$$L_m(G_1 \parallel G_2) = P_1^{-1}[L_m(G_1)] \cap P_2^{-1}[L_m(G_2)]$$

(c) Si costruisca l'automa G con i seguenti passi:

- i. Si costruiscano gli automi G_1 su $E_1 = \{a_1, b_1\}$ e G_2 su $E_2 = \{a_2, b_2\}$ che generano rispettivamente i linguaggi $\overline{(a_1b_1)^*}$ e $\overline{(a_2b_2)^*}$.
- ii. Si costruisca l'automa $G = G_1 \parallel G_2$ che e' la composizione in parallelo dei due automi G_1 e G_2 .

Traccia di soluzione.

Si veda l'allegato.

- (d) i. Si costruisca l'automa $\hat{G} = G_1 \times G_2$ che e' la composizione prodotto dei due automi G_1 e G_2 .

Traccia di soluzione.

Poiche' $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, $L(G_1 \times G_2) = \{\epsilon\}$.

- ii. Si modifichino i due automi G_1 e G_2 precedenti per ottenere i due automi \tilde{G}_1 e \tilde{G}_2 tali che $\tilde{G}_1 \times \tilde{G}_2 = G_1 \parallel G_2 = G$, cioe' ottenendo G mediante la composizione prodotto invece che mediante la composizione in parallelo.

Traccia di soluzione.

Si veda l'allegato.

Si noti che gli alfabeti degli automi modificati diventano $\tilde{E}_1 = \tilde{E}_2 = \{a_1, b_1, a_2, b_2\}$.

2. Si consideri l'impianto il cui automa G e' stato ricavato al punto precedente con $\Sigma = \{a_1, b_1, a_2, b_2\}$, $\Sigma_{uc} = \{a_1, b_1\}$, $M = L(G) = \overline{(a_1 b_1)^*} \parallel \overline{(a_2 b_2)^*}$ (dove \parallel e' l'operatore di composizione in parallelo).

(a) Si supponga che la specifica (il linguaggio generato desiderato) sia espressa con la seguente definizione in linguaggio naturale: "Dopo un evento b_1 , b_1 non puo' presentarsi di nuovo prima che b_2 si presenti almeno una volta". Si costruiscano l'espressione regolare e l'automa H_{spec} che accettano il linguaggio generato desiderato.

Traccia di soluzione.

Si veda l'allegato.

Oltre alla soluzione che definisce H_{spec} sull'alfabeto $\{b_1, b_2\}$, e' accettabile anche la soluzione che definisce H_{spec} sull'alfabeto $\{a_1, a_2, b_1, b_2\}$. Nel secondo caso si aggiungono ai due stati degli auto-anelli sotto gli eventi a_1, a_2 .

(b) Si costruisca l'automa composto $H = H_{spec} \parallel G$.

Si costruisca l'automa composto $\hat{H} = H_{spec} \times G$.

Qual e' la relazione tra $L(H)$ e $L(\hat{H})$?

Traccia di soluzione.

Si veda l'allegato.

Si noti che se si e' scelto come H_{spec} la versione sull'alfabeto $\{a_1, a_2, b_1, b_2\}$, si ha che $\hat{H} = H_{spec} \times G = H_{spec} \parallel G = H$.

- (c) Si enunci formalmente la definizione di controllabilita' di un linguaggio e la si descriva intuitivamente a parole.
- (d) Usando la definizione, si verifichi se il linguaggio $K = L(H)$ del nostro esempio e' controllabile.

Traccia di soluzione.

$K = L(H)$ non e' controllabile.

Come controesempio, si consideri $s = a_1 b_1 a_1 \in \overline{K}$ e $\sigma = b_1 \in E_{uc}$. Si ha che $s\sigma = a_1 b_1 a_1 b_1 \in M, \notin \overline{K}$.

- (e) Si descriva la procedura per calcolare il sottolinguaggio controllabile supremo mediante l'algoritmo (chiamato "standard" nelle dispense) che rimuove stati dal prodotto $H \times G$ fino a convergenza dell'iterazione.

Traccia di soluzione.

Si rimanda alle dispense.

- (f) Si calcoli il sottolinguaggio controllabile supremo $K^{\uparrow C} = L(H)^{\uparrow C}$ usando l'algoritmo precedente.

Traccia di soluzione.

Si costruisce l'automa $H_0 = H \times G$, che nel nostro caso per costruzione e' isomorfo all'automa H . Piu' precisamente i suoi stati sarebbero denominati $((A, 0), 0)$ in quanto prodotto dello stato $(A, 0)$ di H e dello stato 0 di G etc. (lo stato A sarebbe a sua volta lo stato (α, γ) di G dell'allegato). Per semplicita' nel seguito si denominano gli stati $((x, y), y)$ di $H \times G$ in modo abbreviato con la componente (x, y) di H .

Poi si eliminano stati e transizioni come segue:

- i. Si ottiene H_1 eliminando da H_0 gli stati $(B, 1)$ e $(B, 3)$ e transizioni relative (negli stati 1 e 3 di G e' attivo $b_1 \in E_{uc}$, che non e' attivo negli stati $(B, 1)$ e $(B, 3)$ di H_0).
- ii. Si ottiene H_2 eliminando da H_1 gli stati $(B, 0)$ e $(B, 2)$ (negli stati 0 e 2 di G e' attivo $a_1 \in E_{uc}$, che non e' attivo negli stati $(B, 0)$ e $(B, 2)$ di H_1).
- iii. Si ottiene H_3 eliminando da H_2 gli stati $(A, 1)$ e $(A, 3)$ e transizioni relative (negli stati 1 e 3 di G e' attivo $b_1 \in E_{uc}$, che non e' attivo negli stati $(A, 1)$ e $(A, 3)$ di H_2).
- iv. Si ottiene H_4 eliminando da H_3 gli stati $(A, 0)$ e $(A, 2)$ e transizioni relative (negli stati 0 e 2 di G e' attivo $a_1 \in E_{uc}$, che non e' attivo negli stati $(A, 0)$ e $(A, 2)$ di H_3).

Poiche' si e' eliminato lo stato iniziale dell'automa prodotto, si ha che $K^{\uparrow C} = L(H)^{\uparrow C} = \emptyset$, cioe' il sottolinguaggio controllabile supremo non contiene nessuna parola.