

# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche  
Tiziano Villa

11 Febbraio 2013

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	20	
problema 2	10	
totale	30	

1. (a) Si disegni il diagramma delle transizioni della macchina a stati finiti  $M_{DF}$  con variabile d'ingresso  $I = \{falso, vero\}$  e variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$  che modella un ritardo inizializzato a *falso* (produce *falso* alla prima reazione, e produce il valore dell'ingresso precedente alle reazioni successive).

Si disegni il circuito sequenziale che realizza la macchina  $M_{DF}$  (un circuito sequenziale e' una realizzazione strutturale con bistabili e porte logiche).

Traccia di soluzione.

$M_{DF}$ :

- stati:  $s_{1f}, s_{2f}$  con  $s_{1f}$  stato iniziale;
- una variabile d'ingresso  $I = \{falso, vero\}$ , una variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$ ;
- transizione da  $s_{1f}$  a  $s_{1f}$ : *falso/falso*,  
transizione da  $s_{1f}$  a  $s_{2f}$ : *vero/falso*,  
transizione da  $s_{2f}$  a  $s_{2f}$ : *vero/vero*,  
transizione da  $s_{2f}$  a  $s_{1f}$ : *falso/vero*.

Per realizzare  $M_{DF}$  basta un bistabile di tipo D inizializzato a *falso* (che puo' essere codificato arbitrariamente con 0 o 1, a seconda della convenzione preferita).

- (b) Si ripeta l'esercizio precedente per la macchina a stati finiti  $M_{DV}$  che modella un ritardo inizializzato a *vero*.

Traccia di soluzione.

$M_{DV}$ :

- stati:  $s_{1v}, s_{2v}$  con  $s_{1v}$  stato iniziale;
- una variabile d'ingresso  $I = \{falso, vero\}$ , una variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$ ;
- transizione da  $s_{1v}$  a  $s_{1v}$ : *vero/vero*,  
transizione da  $s_{1v}$  a  $s_{2v}$ : *falso/vero*,  
transizione da  $s_{2v}$  a  $s_{2v}$ : *falso/falso*,  
transizione da  $s_{2v}$  a  $s_{1v}$ : *vero/falso*.

Per realizzare  $M_{DV}$  basta un bistabile di tipo D inizializzato a *vero*.

(c) Si chiudano ad anello la macchina  $M_{DF}$  con la macchina  $M_{DV}$ , per cui l'uscita di  $M_{DF}$  diventa l'ingresso di  $M_{DV}$  e l'uscita di  $M_{DV}$  diventa l'ingresso di  $M_{DF}$ , per ottenere una macchina composta senza ingresso proprio e con uscita coincidente con quella di  $M_{DF}$ . Si definisca la macchina composta mostrandone il diagramma delle transizioni.

La composizione di  $M_{DF}$  e  $M_{DV}$  e' ben formata, cioe' per ogni stato e per ogni ingresso definisce una sola uscita ?

Si disegni il circuito sequenziale corrispondente alla macchina composta risultante.

Traccia di soluzione.

Macchina composta  $M_{DF} \times M_{DV}$ :

- stati:  $(s_{1f}, s_{1v}), (s_{2f}, s_{2v})$  con  $(s_{1f}, s_{1v})$  stato iniziale;
- una variabile d'ingresso unaria  $T = \{\bullet\}$  (l'orologio), una variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$ ;
- transizione da  $(s_{1f}, s_{1v})$  a  $(s_{2f}, s_{2v})$ :  $\bullet/falso$ ,  
transizione da  $(s_{2f}, s_{2v})$  a  $(s_{1f}, s_{1v})$ :  $\bullet/vero$ .

L'uscita della macchina composta e' la successione  
*falso vero falso vero falso vero . . . .*

La composizione di  $M_{DF}$  e  $M_{DV}$  e' ben formata, cioe' definisce una sola uscita per ogni stato e per ogni ingresso. Si ricordi anche che in una composizione ad anello e' sufficiente che una delle componenti sia una macchina di Moore per avere un composizione ben formata (nel nostro caso entrambe le macchine sono di Moore).

Il circuito sequenziale corrispondente e' costituito da un bistabile di tipo D inizializzato a falso la cui uscita Q e' retroazionata sull'ingresso D, con un invertitore tra il segnale retroazionato e l'ingresso D. Il segnale Q e' anche l'uscita della macchina composta.

- (d) Si chiudano ad anello la macchina  $M_{DF}$  con la macchina  $M_{DF}$ , per cui l'uscita della prima copia di  $M_{DF}$  diventa l'ingresso della seconda copia di  $M_{DF}$  e l'uscita della seconda copia di  $M_{DF}$  diventa l'ingresso della prima copia di  $M_{DF}$ , per ottenere una macchina composta senza ingresso proprio e con uscita coincidente con quella della prima copia di  $M_{DF}$ . Si definisca la macchina composta mostrandone il diagramma delle transizioni.

La composizione di  $M_{DF}$  e  $M_{DF}$  e' ben formata, cioe' per ogni stato e per ogni ingresso definisce una sola uscita ?

Si disegni il circuito sequenziale corrispondente alla macchina composta risultante.

Traccia di soluzione.

Macchina composta  $M_{DF} \times M_{DF}$ :

- stati:  $(s_{1f}, s_{1f})$  con  $(s_{1f}, s_{1f})$  stato iniziale;
- una variabile d'ingresso unaria  $T = \{\bullet\}$  (l'orologio), una variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$ ;
- transizione da  $(s_{1f}, s_{1f})$  a  $(s_{1f}, s_{1f})$ :  $\bullet/falso$ .

L'uscita della macchina composta e' la successione  
*falso falso falso falso falso falso ...*

La composizione di  $M_{DF}$  e  $M_{DF}$  e' ben formata, cioe' definisce una sola uscita per ogni stato e per ogni ingresso. Si ricordi anche che in una composizione ad anello e' sufficiente che una delle componenti sia una macchina di Moore per avere un composizione ben formata (nel nostro caso entrambe le macchine sono di Moore).

Il circuito sequenziale corrispondente e' costituito da un filo che produce il valore costante 0 o 1 (a seconda di come si e' codificata tale variabile) e quindi e' direttamente connesso alla tensione bassa o alta.

- (e) Si chiudano ad anello la macchina  $M_{DV}$  con la macchina  $M_{DV}$ , per cui l'uscita della prima copia di  $M_{DV}$  diventa l'ingresso della seconda copia di  $M_{DV}$  e l'uscita della seconda copia di  $M_{DV}$  diventa l'ingresso della prima copia di  $M_{DV}$ , per ottenere una macchina composta senza ingresso proprio e con uscita coincidente con quella della prima copia di  $M_{DV}$ . Si definisca la macchina composta mostrandone il diagramma delle transizioni.

La composizione di  $M_{DV}$  e  $M_{DV}$  e' ben formata, cioe' per ogni stato e per ogni ingresso definisce una sola uscita ?

Si disegni il circuito sequenziale corrispondente alla macchina composta risultante.

Traccia di soluzione.

Macchina composta  $M_{DV} \times M_{DV}$ :

- stati:  $(s_{1v}, s_{1v})$  con  $(s_{1v}, s_{1v})$  stato iniziale;
- una variabile d'ingresso unaria  $T = \{\bullet\}$  (l'orologio), una variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$ ;
- transizione da  $(s_{1v}, s_{1v})$  a  $(s_{1v}, s_{1v})$ :  $\bullet/vero$ .

L'uscita della macchina composta e' la successione

*vero vero vero vero vero vero . . . .*

La composizione di  $M_{DV}$  e  $M_{DV}$  e' ben formata, cioe' definisce una sola uscita per ogni stato e per ogni ingresso. Si ricordi anche che in una composizione ad anello e' sufficiente che una delle componenti sia una macchina di Moore per avere un composizione ben formata (nel nostro caso entrambe le macchine sono di Moore).

Il circuito sequenziale corrispondente e' costituito da un filo che produce il valore costante 0 o 1 (a seconda di come si e' codificata tale variabile) e quindi e' direttamente connesso alla tensione bassa o alta.

- (f) Si chiudano ad anello la macchina  $M_{DV}$  con la macchina  $M_{DF}$ , per cui l'uscita di  $M_{DV}$  diventa l'ingresso di  $M_{DF}$  e l'uscita di  $M_{DF}$  diventa l'ingresso di  $M_{DV}$ , per ottenere una macchina composta senza ingresso proprio e con uscita coincidente con quella di  $M_{DV}$ . Si definisca la macchina composta mostrandone il diagramma delle transizioni.

La composizione di  $M_{DV}$  e  $M_{DF}$  e' ben formata, cioe' per ogni stato e per ogni ingresso definisce una sola uscita ?

Si disegni il circuito sequenziale corrispondente alla macchina composta risultante.

Traccia di soluzione.

Macchina composta  $M_{DV} \times M_{DF}$ :

- stati:  $(s_{1v}, s_{1f}), (s_{2v}, s_{2f})$  con  $(s_{1v}, s_{1f})$  stato iniziale;
- una variabile d'ingresso unaria  $T = \{\bullet\}$  (l'orologio), una variabile d'uscita  $U = \{falso, vero\}$ ;
- transizione da  $(s_{1v}, s_{1f})$  a  $(s_{2v}, s_{2f})$ :  $\bullet/vero$ ,  
transizione da  $(s_{2v}, s_{2f})$  a  $(s_{1v}, s_{1f})$ :  $\bullet/falso$ .

L'uscita della macchina composta e' la successione  
*vero falso vero falso vero falso . . . .*

La composizione di  $M_{DV}$  e  $M_{DF}$  e' ben formata, cioe' definisce una sola uscita per ogni stato e per ogni ingresso. Si ricordi anche che in una composizione ad anello e' sufficiente che una delle componenti sia una macchina di Moore per avere un composizione ben formata (nel nostro caso entrambe le macchine sono di Moore).

Il circuito sequenziale corrispondente e' costituito da un bistabile di tipo D inizializzato a vero la cui uscita Q e' retroazionata sull'ingresso D, con un invertitore tra il segnale retroazionato e l'ingresso D. Il segnale Q e' anche l'uscita della macchina composta.

2. Si consideri il seguente automa temporizzato:

- locazioni:  $l_1, l_2$ , dove  $l_1$  e' la locazione iniziale con condizioni iniziali  $s(0) := 0, r(0) := 0$ ;
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ,  
dinamica della locazione  $l_2$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ;
- transizione da  $l_1$  a  $l_2$ :  $a/s(t), r(t) := 0$ ,  
transizione da  $l_2$  a  $l_1$ :  $b/s(t), r(t) := 0$ ,  
dove  $a = \{(r(t), s(t)) \mid r(t) = 1\}$ ,  
dove  $b = \{(r(t), s(t)) \mid r(t) = 2\}$   
(la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- uscita  $y(t) \in \text{Interi} \cup \{\text{assente}\}$  con  $y(t) := s(t)$ .

(a) Si disegni il diagramma di transizione degli stati dell'automata, annotando con precisione locazioni e transizioni, e si descriva l'uscita  $y(t)$ .

Traccia di soluzione.

L'automata genera una successione di eventi  $\{1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, \dots\}$  ai tempi  $\{1, 3, 4, 6, 7, 9, 10, \dots\}$ . In altri termini, il valore di ogni evento in uscita e' uguale al tempo in cui e' prodotto, e gli intervalli tra eventi si alternano con durate di uno e due secondi; altrimenti l'uscita vale *assente*.



- (b) Si assuma che ci sia un nuovo ingresso  $u : Reali \rightarrow Ingresso$  con alfabeto  $Ingresso = \{ricomincia, assente\}$  tale che quando il nuovo ingresso abbia valore *ricomincia* il sistema ibrido ricominci da capo ritornando allo stato iniziale.

Si ridisegni il diagramma precedente introducendo questo nuovo segnale e aggiornando le annotazioni.

Traccia di soluzione.

- locazioni:  $l_1, l_2$ , dove  $l_1$  e' la locazione iniziale con condizioni iniziali  $s(0) := 0, r(0) := 0$ ;
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ,  
dinamica della locazione  $l_2$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ;
- transizione da  $l_1$  a  $l_2$ :  $a/s(t), r(t) := 0$ ,  
transizione da  $l_1$  a  $l_1$ :  $c/assente, s(t) := 0, r(t) := 0$ ,  
transizione da  $l_2$  a  $l_1$ :  $b/s(t), r(t) := 0$ ,  
transizione da  $l_2$  a  $l_1$ :  $c/assente, s(t) := 0, r(t) := 0$ ,  
dove  $a = \{(r(t), s(t), u(t)) \mid r(t) = 1 \wedge u(t) = assente\}$ ,  
dove  $b = \{(r(t), s(t), u(t)) \mid r(t) = 2 \wedge u(t) = assente\}$   
dove  $c = \{(r(t), s(t), u(t)) \mid u(t) = ricomincia\}$   
(la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- uscita  $y(t) \in Interi \cup \{assente\}$  con  $y(t) := s(t)$ .

- (c) Si descriva sia testualmente che graficamente l'automa temporizzato che produce la successione di eventi  $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, \dots\}$  ai tempi  $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, \dots\}$ , cioè l'automa produce gl'eventi numerici (valori dell'orologio) a intervalli di un' unità di tempo (3 volte) e due unità di tempo (una volta) e così via.

Traccia di soluzione.

- locazioni:  $l_1, l_2, l_3, l_4$ , dove  $l_1$  e' la locazione iniziale con condizioni iniziali  $s(0) := 0, r(0) := 0$ ;
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ,  
 dinamica della locazione  $l_2$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ,  
 dinamica della locazione  $l_3$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ;  
 dinamica della locazione  $l_4$ :  $\dot{s}(t) = 1, \dot{r}(t) = 1$ ;
- transizione da  $l_1$  a  $l_2$ :  $a/s(t), r(t) := 0$ ,  
 transizione da  $l_2$  a  $l_3$ :  $b/s(t), r(t) := 0$ ,  
 transizione da  $l_3$  a  $l_4$ :  $c/s(t), r(t) := 0$ ,  
 transizione da  $l_4$  a  $l_1$ :  $d/s(t), r(t) := 0$ ,  
 dove  $a = \{(r(t), s(t)) \mid r(t) = 1\}$ ,  
 dove  $b = \{(r(t), s(t)) \mid r(t) = 1\}$ ,  
 dove  $c = \{(r(t), s(t)) \mid r(t) = 1\}$ ,  
 dove  $d = \{(r(t), s(t)) \mid r(t) = 2\}$   
 (la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- uscita  $y(t) \in Interi \cup \{assente\}$  con  $y(t) := s(t)$ .