

Curve parametriche di classe C^1

1. Si calcoli la lunghezza delle seguenti curve geometriche:

- circonferenze di raggio r
- bordo di un quadrato di lato 1
- arco di parabola $y = ax^2$, $0 \leq x \leq b$

2. Si calcoli la lunghezza delle seguenti curve parametriche:
quale sono uguali?

i) $x = r \cos t$, $y = r \sin t$, $0 \leq t \leq \pi$
 $x = r \cos t^2$, $y = y_0 + r \sin t^2$, $0 \leq t \leq \sqrt{\pi}$

ii) $x = 1+t$, $y = 2+2t$, $z = 3+3t$, $0 \leq t \leq 1$
 $x = 2+2t$, $y = 4+4t$, $z = 6+6t$, $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$

iii) $x = t$, $y = t^2$, $0 \leq t \leq 2$
 $x = t^2$, $y = t^4$, $0 \leq t \leq 2$

3. Verificare che $x = t$, $y = |t|^{3/2}$, $z = 0$, $0 \leq t \leq 1$
è la rappresentazione parametrica di una curva regolare
e calcolarne la lunghezza.

4. Calcolare la lunghezza dell'arco di catenaria
 $y = \cosh(x)$ $-a \leq x \leq a$

5. Determinare il baricentro di una semicirconferenza

6. Determinare la lunghezza e il baricentro della spirale (in coordi-
nate polari) $\rho = e^{-\theta}$ $0 \leq \theta < +\infty$

7. Determinare la lunghezza dell'arco di cicloide

$$\begin{cases} x = r\theta - r \sin\theta \\ y = r - r \cos\theta \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$