ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

a) la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
b) la mediana e la moda;
c) la varianza.

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>f</th>
<th>X*f</th>
<th>f/X</th>
<th>ln(X)</th>
<th>ln(X)*f</th>
<th>X²</th>
<th>X²*f</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>2</td>
<td>16</td>
<td>32</td>
<td>8.00</td>
<td>0.6931</td>
<td>11.0904</td>
<td>4</td>
<td>64</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>22</td>
<td>110</td>
<td>4.40</td>
<td>1.6094</td>
<td>35.4076341</td>
<td>25</td>
<td>550</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>15</td>
<td>135</td>
<td>1.67</td>
<td>2.1972</td>
<td>32.9553687</td>
<td>81</td>
<td>1215</td>
</tr>
<tr>
<td>12</td>
<td>47</td>
<td>564</td>
<td>3.92</td>
<td>2.4849</td>
<td>116.7906</td>
<td>144</td>
<td>6768</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>100</td>
<td>841</td>
<td>17.98</td>
<td>6.9847</td>
<td>196.2470</td>
<td>8597</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:

\[ M(X) = \frac{\sum X \times f}{\sum f} = \frac{841}{100} = 8.4100 \]

\[ Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{18.0} = 5.5607 \]

\[ \ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) \times f}{\sum f} = \frac{196.2470}{100} = 1.9625 \]

\[ Mg(X) = e^{1.6551} = 7.1169 \]

\[ M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 \times f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{8597}{100}} = 9.2720 \]

b) Calcolo della mediana e della moda:

\[ X_{50^\circ} = \text{mediana} = X_{51^\circ} : \text{me} = 9 \]

moda = 12

c) Calcolo della varianza:

\[ V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = \frac{8597}{100} - 8.41^2 = 15.2419 \]
**ESERCIZIO 2**

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

*a) Quante parole, anche prive di significato, posso creare utilizzando ogni volta tutte le lettere contenute nel termine “INFORMATICA”?*

Applico la formula per le Permutazioni di 11 elementi con ripetizione (ci sono 2 I e 2 A):

\[
P_{11}^{(2,2)} = \frac{11!}{2! \cdot 2!} = \frac{39.916.800}{4} = 9.979.200
\]

*b) In quanti modi diversi un negoziante può disporre 8 oggetti diversi nella sua vetrina?*

Si tratta di un caso di Permutazione semplice di 8 oggetti:

\[
P_8 = 8! = 40.320
\]

**ESERCIZIO 3**

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

\[
p = 0,25
\]
\[
n = 4
\]

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>P(X)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>0</td>
<td>0,3164</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>0,4219</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0,2109</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0,0469</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0,0039</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>1</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Media = np = 1
Varianza = npq = 0,75

**ESERCIZIO 4 - LAB**

# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:4)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 4, 0.25)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ:
barplot(dbinom(k,4,0.25), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)"")

**ESERCIZIO 5 - LAB**

# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(21, 44, 54, 16, 25, 16, 33, 30)

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
H0: mu=30  \quad H1: mu!=30
t.test(voti, mu=30, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
PROBABILITA' E STATISTICA
Prova del 16/06/2017
Traccia B

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

a) la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;

b) la mediana e la moda;

c) la varianza.

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>f</th>
<th>X*f</th>
<th>f/X</th>
<th>ln(X)</th>
<th>ln(X)*f</th>
<th>X 2</th>
<th>X²*f</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>3</td>
<td>25</td>
<td>75</td>
<td>8,33</td>
<td>1,0986</td>
<td>27,4653</td>
<td>9</td>
<td>225</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>30</td>
<td>180</td>
<td>5,00</td>
<td>1,7918</td>
<td>53,7528</td>
<td>36</td>
<td>1080</td>
</tr>
<tr>
<td>7</td>
<td>19</td>
<td>133</td>
<td>2,71</td>
<td>1,9459</td>
<td>36,9723</td>
<td>49</td>
<td>931</td>
</tr>
<tr>
<td>11</td>
<td>46</td>
<td>506</td>
<td>4,18</td>
<td>2,3979</td>
<td>110,3032</td>
<td>121</td>
<td>5566</td>
</tr>
<tr>
<td>120</td>
<td>894</td>
<td>20,23</td>
<td>7,2342</td>
<td>228,4936</td>
<td>120</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:

\[ M(X) = \frac{\sum X \cdot f}{\sum f} = \frac{894}{120} = 7,4500 \]

\[ Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{X}} = \frac{120}{20,2} = 5,9319 \]

\[ \ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) \cdot f}{\sum f} = \frac{228,4936}{120} = 1,9041 \]

\[ Mg(X) = e^{1,6551} = 6,7135 \]

\[ M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 \cdot f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{7802}{120}} = 8,0633 \]

b) Calcolo della mediana e della moda:

\[ X_{60}^o < \text{mediana} < X_{61}^o : me = 7 \]

moda = 11

c) Calcolo della varianza:

\[ V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 7802/120 - 7,45^2 = 9,5142 \]
**ESERCIZIO 2**

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

**a) In quante maniere possono classificarsi sul podio 10 piloti di Moto GP?**

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 3:

\[
D_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{3.628.800}{5.040} = 720
\]

**b) E se al primo posto volessimo sempre Valentino Rossi?**

Calcolo le Disposizioni semplici di 9 elementi in gruppi di 2:

\[
D_{9,2} = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{362.880}{5.040} = 72
\]

**ESERCIZIO 3**

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

\[
p = 0.5 \\
n = 4
\]

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>P(X)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>0</td>
<td>0.0625</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>0.2500</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0.3750</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0.2500</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0.0625</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Media = \( np = 2 \)
Varianza = \( npq = 1 \)

**ESERCIZIO 4 - LAB**

```r
# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:4)
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 4, 0.5)
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ:
barplot(dbinom(k,4,0.5), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

**ESERCIZIO 5 - LAB**

```r
# CREO I VETTORI DEI DATI
data=c(42, 63, 58, 67, 35, 98, 45, 55)
# EFFETTUIO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=58  H1: mu!=58
t.test(voti, mu=58, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
```
ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

a) la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
b) la mediana e la moda;
c) la varianza.

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>f</th>
<th>X*f</th>
<th>f/X</th>
<th>ln(X)</th>
<th>ln(X)*f</th>
<th>X^2</th>
<th>X^2*f</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>12</td>
<td>26</td>
<td>312</td>
<td>2.17</td>
<td>2.4849</td>
<td>64.6076</td>
<td>144</td>
<td>3744</td>
</tr>
<tr>
<td>14</td>
<td>11</td>
<td>154</td>
<td>0.79</td>
<td>2.6391</td>
<td>29.0296</td>
<td>196</td>
<td>2156</td>
</tr>
<tr>
<td>18</td>
<td>23</td>
<td>414</td>
<td>1.28</td>
<td>2.8904</td>
<td>66.4786</td>
<td>324</td>
<td>7452</td>
</tr>
<tr>
<td>21</td>
<td>20</td>
<td>420</td>
<td>0.95</td>
<td>3.0445</td>
<td>60.8904</td>
<td>441</td>
<td>8820</td>
</tr>
<tr>
<td>80</td>
<td>1300</td>
<td>5.18</td>
<td>11,0589</td>
<td>221,0062</td>
<td>22172</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:

\[ M(X) = \frac{\Sigma X \cdot f}{\Sigma f} = \frac{1300}{80} = 16,2500 \]

\[ Ma(X) = \frac{\Sigma f}{\Sigma f/x} = \frac{80}{5.2} = 15,4364 \]

\[ ln(Mg(X)) = \frac{\Sigma ln(X) \cdot f}{\Sigma f} = \frac{221,0062}{80} = 2,7626 \]

\[ Mg(X) = e^{1.6551} = 15,8406 \]

\[ Mq(X) = \sqrt{\frac{\Sigma X^2 \cdot f}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{22172}{80}} = 16,6478 \]

b) Calcolo della mediana e della moda:

X_{40}^o = \text{mediana} = X_{41}^o : me = 18

\text{moda} = 12

c) Calcolo della varianza:

\[ V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = \frac{22172}{80} - 16.25^2 = 13.0875 \]
ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) Quanti numeri di 5 cifre posso creare anche usando più volte ogni cifra? (Valgono anche i casi con lo zero davanti, ad es. 00001, 01234, ecc.)

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 5 con ripetizione:

\[ D'_{10,3} = \binom{10}{5} = 100.000 \]

b) In quanti modi diversi 8 amici possono viaggiare su un’auto con 4 posti? (A prescindere dall’ordine in cui si siedono)

Si tratta di un caso di Combinazione semplice di 8 elementi presi in gruppi di 4:

\[ C_{8,4} = \binom{8}{4} = 70 \]

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

\[ p = 0.23 \]
\[ n = 4 \]

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>P(X)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>0</td>
<td>0.3515</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>0.4200</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0.1882</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0.0375</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0.0028</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Media = np = 0.92
Varianza = npq = 0.7084

ESERCIZIO 4 - LAB

# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:4)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 4, 0.23)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ:
barplot(dbinom(k,4,0.23), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")

ESERCIZIO 5 - LAB

# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(51, 63, 80, 43, 55, 88, 60, 40)

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=40   H1: mu!=40
t.test(voti, mu=40, alternative="two.sided", conf.level=0.99)
ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

a) la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;

b) la mediana e la moda;

c) la varianza.

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>f</th>
<th>X*f</th>
<th>f/X</th>
<th>ln(X)</th>
<th>ln(X)*f</th>
<th>X²</th>
<th>X²*f</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>5</td>
<td>47</td>
<td>235</td>
<td>9.40</td>
<td>1.6094</td>
<td>75.6436</td>
<td>25</td>
<td>1175</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>21</td>
<td>126</td>
<td>3.50</td>
<td>1.7918</td>
<td>37.6269</td>
<td>36</td>
<td>756</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>22</td>
<td>198</td>
<td>2.44</td>
<td>2.1972</td>
<td>48.3389</td>
<td>81</td>
<td>1782</td>
</tr>
<tr>
<td>10</td>
<td>20</td>
<td>200</td>
<td>2.00</td>
<td>2.3026</td>
<td>46.0517</td>
<td>100</td>
<td>2000</td>
</tr>
</tbody>
</table>

a) Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:

\[ M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{759}{110} = 6.9000 \]

\[ Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{110}{17.3} = 6.3421 \]

\[ \ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{207.6612}{110} = 1.8878 \]

\[ Mg(X) = e^{1.6551} = 6.6050 \]

\[ M_q(X) = \frac{\sqrt{\sum X^2 * f}}{\sum f} = \sqrt{\frac{5713}{110}} = 7.2067 \]

b) Calcolo della mediana e della moda:

X55° =< mediana =< X56°: me = 6

moda = 5

c) Calcolo della varianza:

\[ V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = \frac{5713}{110} - 6.9^2 = 4.3264 \]
ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) Quante parole, anche prive di significato, posso creare usando tutte le lettere contenute nella parola “MOUSE”?

Si tratta di un caso di Permutazione semplice di 5 elementi:

\[ P_5 = 5! = 120 \]

b) E quante parole di 3 caratteri, anche ripetuti, posso creare usando solo le lettere contenute nella parola “MOUSE”?

Si tratta di un caso di Disposizione con ripetizione di 5 elementi presi in gruppi di 3:

\[ D'_{5, 3} = 5^3 = 125 \]

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

\[ p = 0,12 \]
\[ n = 4 \]

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

<table>
<thead>
<tr>
<th>X</th>
<th>P(X)</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>0</td>
<td>0,5997</td>
</tr>
<tr>
<td>1</td>
<td>0,3271</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0,0669</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0,0061</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0,0002</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Media = np = 0,48
Varianza = npq = 0,4224

ESERCIZIO 4 - LAB

# CREO IL VETTORE DELLE X:
k=c(0:4)

# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
dbinom(k, 4, 0.12)

# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
barplot(dbinom(k,4,0.12), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")

ESERCIZIO 5 - LAB

# CREO I VETTORI DEI DATI
dati=c(12, 11, 21, 15, 24, 15, 11, 10)

# EFFETTUA IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=15     H1: mu!=15
t.test(voti, mu=15, alternative="two.sided", conf.level=0.99)