

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI VERONA
Corso di laurea in Filosofia

Insegnamento di

LOGICA

(6 crediti, 36 ore)

a.a. 2015-2016

Ivan Valbusa Aggiornamento
ivan.valbusa@univr.it 6 aprile 2016

Diario delle lezioni

Questo diario contiene, in sintesi, gli argomenti trattati a lezione. Il programma definitivo, comprendente i testi oggetto d'esame con l'indicazione delle eventuali parti da omettere, sarà disponibile al termine del corso (vedi sotto).

Lezione I (22 febbraio 2016) 2 ore, Aula "2.2" Definizioni di logica. Verità e ragionamento. La base dei giudizi: abitudine, impulsi, autorità, ragione. La logica non è necessaria/sufficiente per ragionare bene. Ragionamento e argomentazione. Caratteri della logica: necessità e utilità. I "nomi" della logica. Di cosa (non) si occupa la logica: processo del ragionamento, prodotto del ragionamento. La "logica" di Arnauld e Nicole. La "logica filosofica" di K. Jaspers. Funzioni del linguaggio: informativa, espressiva, direttiva; funzione multipla. Ragionamento: premesse e conclusione. Entimemi: premesse e/o conclusione inesprese. Enunciati e enunciati dichiarativi. Enunciati semplici e composti. Condizione per i componenti di un enunciato composto. Senso e denotazione (significato) di termini. Termini con stessa denotazione e senso diverso. Espressioni distinte con lo stesso senso. Espressioni con senso ma senza denotazione. Proposizioni ed enunciati. Senso e significato degli enunciati. Principi della logica classica: determinatezza, bivalenza, vero-funzionalità. contesti vero-funzionale e contesti non vero-funzionali (estensionali). Cenni ad alcune logiche non classiche: epistemica, modale, deontica, intuizionista, polivalente, praconsistente. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, Introduzione: sez. 1-2, cap. 1: sez. 1.2), Copi e Cohen (1994, Prefazione, Cap. 1: sez. 1-4, 5.D).

Sulle logiche non classiche si veda D. Palladino e C. Palladino (2007). Sui concetti di senso e denotazione e sui contesti non estensionali si veda Casalegno (1998, cap. 3,

cap. 5 (5.3, 5.4)). Sulla teoria dell'argomentazione si rimanda al classico Perelman e Olbrechts-Tyteca (1958)

Lezione II (23 febbraio 2016) 2 ore, Aula "2.2" Il concetto di forma logica. Correttezza e forma logica. Verità e contenuto degli enunciati: universo del discorso "Costanti logiche". Tipi di ragionamento: deduzione, induzione, abduzione. Proprietà del ragionamento deduttivo. Statuto della conclusione, ruolo delle premesse. Definizione di "correttezza" (1 e 2). Correttezza del ragionamento e valore di verità degli enunciati. Rapporti tra premesse e conclusione. Esempi di ragionamenti corretti con premesse false e/o conclusione falsa. Esempi di ragionamenti scorretti in virtù della forma. Uso dei diagrammi di Venn per la valutazione di alcuni ragionamenti. Ragionamenti scorretti e "mondi possibili". Definizione di conseguenza logica. Definizione di "correttezza" (3). Proprietà del ragionamento induttivo. Statuto della conclusione, ruolo delle premesse. Come rafforzare/indebolire un ragionamento induttivo. Controesempi. Distinguere ragionamenti induttivi da ragionamenti deduttivi. Esempi di ragionamenti induttivi e deduttivi dall'universale all'universale e dal particolare al particolare. Schema generale del ragionamento abduttivo. Come deve essere intesa la massima: «there's nothing in this universe that can't be explained. Eventually». C.S. Peirce: l'abduzione, il pragmatismo e il falsificazionismo (cenni). Cenni ad alcuni ragionamenti non deduttivi: ragionamento probabilistico, generalizzazioni statistiche. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, Introduzione). Sull'uso dei diagrammi di Venn vedi Copi e Cohen (1994, Cap. 7: sez. 3, cap. 8, sez. 3). Sul legame tra validità e verità, Copi e Cohen (1994, Cap. 1, sez. 7).

Un'ampia ma sintetica esposizione sui diversi tipi di ragionamento (compreso quello deduttivo) si ha in Frixione (2009). Per un approfondimento sulla logica probabilistica si rimanda a Hacking (2001). Sul problema dell'induzione si consiglia Taleb (2007).

Lezione III (24 febbraio 2016) 2 ore, Aula "2.2" Logica enunciativa (1). L'importanza della formalizzazione. Formale e simbolico. Cenno alla scuola megarica e alla scuola stoica. Simboli per i cinque connettivi principali. Linguaggio enunciativo. Alfabeto logico, descrittivo, ausiliario. La negazione. Definizione dei connettivi attraverso le tavole di verità. La congiunzione. Sinonimi di "e". L'"e" temporale. Disgiunzione inclusiva. Disgiunzione esclusiva. I diversi tipi di implicazione: conseguenze logiche, definizioni, causalità, intenzioni. Il tratto comune delle implicazioni. L'implicazione materiale o filoniana: due definizioni. Stranezze del condizionale materiale. Esempio: "ogni numero minore di 2 è anche minore di 4". Implicazione e condizione sufficiente/necessaria. Il bicondizionale e la condizione necessaria e sufficiente. Definizione del bicondizionale attraverso condizionale e congiunzione.

Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 1.1-1.3). Per un approfondimento sul problema dell'implicazione si rimanda a Copi e Cohen (1994, Cap. 10: sez. 3).

Lezione IV (29 febbraio 2016) 2 ore, Aula "2.2" Formule e formule ben formate. Definizione di formula ben formata. Linguaggio e metalinguaggio. Definizioni induttive. Induzione matematica. Esempio di dimostrazione per induzione (matematica): la somma dei primi n numeri dispari. Semplificazione delle *fbf*. Convenzioni sulla "forza" dei connettivi. Occorrenze di un simbolo in una formula. Campo di un connettivo in una formula. Subordinazione di un connettivo a un altro. Il connettivo principale. Tavole di verità per formule complesse. Esempio con due variabili enunciate: $((P \vee Q) \rightarrow (\neg Q)) \leftrightarrow (\neg P) \wedge (\neg Q)$; Esempio con tre variabili enunciate: $(P \vee Q) \rightarrow ((P \rightarrow R) \rightarrow (P \vee Q))$. Tautologie, contraddizioni e contingenze. Esempi: $\neg(P \wedge \neg P)$; $(P \vee Q) \wedge \neg P \rightarrow Q$; $P \wedge \neg P$; $\neg(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg P \vee Q$. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 1.4).

Lezione V (1 marzo 2016) 2 ore, Aula "2.2" Leggi logiche: principio di identità, principio di non contraddizione, principio del terzo escluso. Valutare la correttezza dei ragionamenti usando le tavole di verità. Regole logiche: *modus ponendo ponens*, *modus tollendo tollens*. Errori logici: errore dell'affermazione del conseguente, errore della negazione dell'antecedente. Esempio di errori logici nella comunicazione scientifica: Big Bang e radiazione di fondo; omeopatia e "memoria dell'acqua". La scoperta del moto di caduta dei gravi da parte di Galilei e l'errore dell'affermazione del conseguente. Errore dell'affermazione del conseguente, abduzione e impresa scientifica. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 1.5.1-1.5.2). Un'ottima esposizione della scoperta galileiana si trova in Oldroyd (1986, cap. 2).

Lezione VI (2 marzo 2016) 2 ore, Aula "2.2" La forma condizionale corrispondente: primo e secondo tipo. Relazione tra ragionamento corretto e forma condizionale corrispondente. Formule equivalenti. Leggi di De Morgan. Equivalenza e "senso" dell'implicazione materiale. Riduzione del numero di connettivi. Tutti gli enunciati del linguaggio enunciativo si possono esprimere usando solo i connettivi (1) \neg e \wedge oppure (2) \neg e \vee . Dimostrazione del punto (1). Barra di Sheffer ($|$, NAND). Riduzione del numero dei connettivi usando la barra di Sheffer. Verifica delle equivalenze: $\neg P \Leftrightarrow P|P$ e $P \wedge Q \Leftrightarrow (P|Q)|(P|Q)$. Linguaggio enunciativo e circuiti elettrici: esempio di un semplice circuito elettrico rappresentato attraverso il linguaggio enunciativo. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 1.5.3). La forma condizionale corrispondente del secondo tipo viene utilizzata in Lemmon (1965).

Per una definizione dei connettivi $|$ e \downarrow si rimanda a Mendelson (1997, p. 37-40). Per chi volesse approfondire la questione, nella Proposizione 1.6 del testo citato si dimostra che gli unici due connettivi che possono sostituire tutti gli altri sono \downarrow e $|$.

Sempre in questo testo (esercizi della sez. 1.2.) si trovano ulteriori esempi di circuiti logici.

Lezione VII (7 marzo 2016) 2 ore, Aula “2.2” Limiti del linguaggio enunciativo. La struttura interna degli enunciati. Cenni su alcune figure chiave: Aristotele, Peirce, Frege. Enunciati singolari. Proprietà e relazioni. Costanti individuali e costanti predicative. Relazioni 1-arie, 2-arie, ..., n -arie. Relazioni n -arie come insiemi di n -ple ordinate. Costanti predicative 0-arie e variabili enunciative. Traduzione di enunciati usando costanti predicative e costanti individuali. Funzioni e descrizioni definite. Descrizioni definite intese come nomi. Descrizioni definite che denotano più individui o nessuno. Funzioni n -arie intese come relazioni $n + 1$ -arie. Funzioni, descrizioni definite e denotazione. Costruzioni di espressioni complesse con funtori e nomi (atomici o espressioni funtoriali). Variabili individuali e funzioni enunciative. Funzioni enunciative ed enunciati. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 2.1-2.3.1).

Lezione VIII (8 marzo 2016) 2 ore, Aula “2.2” Ottenere enunciati da funzioni enunciative. Esempificazione. Generalizzazione universale. Generalizzazione esistenziale. Quantificatore universale e quantificatore esistenziale. Traduzione in linguaggio simbolico degli enunciati universali e particolari. Enunciati categorici: universali affermativi, universali negativi, particolari affermativi, particolari negativi. Il quadrato di Peirce o delle opposizioni: enunciati contrari, contraddittori, subcontrari, subalterni. Traduzioni errate: il caso di $\exists x(U(x) \rightarrow F(x))$. Quantificatori interdefiniti. Quantificatori combinati. Enunciati ambigui. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 2.3.2). Gli enunciati categorici, assieme al quadrato delle opposizioni, sono trattati ampiamente in Copi e Cohen (1994, cap. 7, sez. 4)

Lezione IX (9 marzo 2016) 2 ore, Aula “2.2” Significati del verbo “essere”: “è” di predicazione ed “è” di identità. La relazione di identità. Affermazioni numericamente determinate. L’alfabeto del linguaggio predicativo: alfabeto logico, descrittivo e ausiliario. Termini individuali. Formule atomiche e formule ben formate. Variabili libere e variabili vincolate. Formule aperte e formule chiuse. Termini aperti e termini chiusi. Quantificazione muta. Sostituzioni di occorrenze libere di variabili con termini. Limitazione per le sostituzioni corrette: il concetto di “libero per x ”. Nozioni di campo, occorrenza, subordinazione per il linguaggio predicativo. Il linguaggio predicativo comprende quello enunciativo. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 2.4-2.6)

Lezione X (14 marzo 2016) 2 ore, Aula “2.2” Calcolo degli enunciati. Concetto di “dimostrazione”. Derivabilità e dimostrazione. Premesse e regole di inferenza. Sistemi

formali. Sistemi assiomatici. Assiomi. Concetto di “dimostrazione” e “teorema” nei sistemi assiomatici. Definizione di “insieme dei teoremi” e conseguenze. Derivazione del principio di identità attraverso una dimostrazione di tipo assiomatico. Assiomi: legge di attenuazione condizionale e legge di Frege. Il calcolo della deduzione naturale di Gentzen. Regola di assunzione. Differenza tra assunzioni e premesse. Regola dell’eliminazione del condizionale. Teorema di deduzione. Regola dell’introduzione del condizionale. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 3.1-3.2.3).

Una dimostrazione, in un sistema assiomatico, del teorema di deduzione per il calcolo enunciativo si trova in Mendelson (1997, p. 46).

Lezione XI (15 marzo 2016) 2 ore, Aula “2.2” Definizione di “teorema”. Dimostrare una formula e dimostrare la validità di (uno schema di) un ragionamento. Legge di transitività. Legge di identità. Regola dell’eliminazione della congiunzione. Legge di importazione. Regola dell’introduzione della congiunzione. Legge di esportazione. Paradosso (positivo) dell’implicazione materiale e ragionamento a fortiori. Regola dell’eliminazione della disgiunzione. Regola dell’introduzione della disgiunzione. Dimostrazione della commutatività della disgiunzione. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 3.2.4-3.2.7).

Lezione XII (16 marzo 2016) 2 ore, Aula “T5” Paradosso negativo dell’implicazione materiale. Regola dell’eliminazione della negazione e Legge di Scoto. L’aneddoto su Russell e il Papa. dimostrazione per assurdo: regola dell’introduzione della negazione. Esempio geometrico. Legge di autocontraddizione. Dimostrazione di validità dello schema del *modus tollendo tollens*. Leggedi contrapposizione debole. Regola della doppia negazione. Regola di introduzione di teorema. Dimostrazione della legge di Scoto. Contesti non classici: la logica intuizionista e la doppia negazione. Concetto di dimostrazione costruttiva. Esempio dei “numeri gemelli”: interpretazione classica e interpretazione intuizionista. Legge dell’inferenza indiretta. Legge di autofondazione. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, p. 3.2.8-3.2.11)

Lezione XIII (21 marzo 2016) 2 ore, Aula “2.2” Calcolo dei predicati. Regola dell’eliminazione dell’universale. Esempio di ragionamento in cui non si rispetta la clausola che t sia libero per x in α , dove α è $\neg\forall y(I(x, y))$, $I(x, x)$ è la relazione di identità e t è y . Regola dell’introduzione dell’universale. Il concetto di “elemento arbitrario” e le variabili libere. La clausola che α non dipenda da assunzioni in cui x è libera. Regola dell’eliminazione dell’esistenziale. Analogia con la regola dell’eliminazione della disgiunzione: il disgiunto-tipo. La clausola che x non sia libera in γ . Esempio di ragionamento scorretto in cui non si rispetta questa clausola. Regola dell’introduzione dell’esistenziale. Proprietà dei quantificatori. Scambio dei quantificatori omogenei. Esempio: “Non esiste un numero più grande di tutti” ($\forall x\exists y(y > x) \not\vdash \exists y\forall x(y > x)$).

Scambio delle variabili vincolate. Teoremi sui quantificatori. Calcolo dei predicati con identità. Regola dell'eliminazione dell'identità. Identità degli indiscernibili e Legge di Leibniz. Regola dell'introduzione dell'identità. Legge di identità. Alcune proprietà dell'identità. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 3.3).

Lezione XIV (22 marzo 2016) 2 ore, Aula "2.2" Sintassi, semantica e ontologia. Teoria ingenua degli insiemi. Insiemi ed elementi. Appartenenza. Come identificare un insieme: elencazione e condizione di appartenenza. Principio di comprensione. Principio di estensionalità. Insieme vuoto. Assioma dell'insieme vuoto. Teorema sull'unicità dell'insieme vuoto. Insieme vuoto, insieme universo e legge di identità. Inclusione e appartenenza. Sottoinsiemi. Singoletti. Riflessività e transitività. Operazioni tra insiemi: somma, intersezione, complementazione e prodotto cartesiano. n -uple ordinate e insiemi: la definizioni di Kuratowski. Il paradosso di Russell. Soluzioni al paradosso: teoria degli insiemi ZF, teoria dei tipi, teoria degli insiemi NBG. "Numeri interessanti" e paradosso del barbiere. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 4.1).

Sul problema dell'autoriferimento e sui paradossi (non solo logici) si rimanda a Smullyan (1978) e Gardner (1975). I testi hanno un taglio decisamente divulgativo.

Lezione XV (23 marzo 2016) 2 ore, Aula "2.2" Semantica tarskiana. Il concetto di verità nei linguaggi formalizzati. Buona definizione del concetto di verità. Relatività al linguaggio. Enunciati e nomi degli enunciati: l'espedito delle virgolette. Uso autonomi di un'espressione. (Le virgolette nel postmoderno.) Linguaggio oggetto e metalinguaggio. Condizione formale e condizione materiale per l'adeguatezza di una definizione di "vero in L". Interpretazioni e significato delle espressioni di un linguaggio. Verità degli enunciati e universo del discorso. Definizione di *modello*: dominio e funzione interpretazione. *Assegnazioni* di valore alle variabili. Esempio: interpretazione della formula $P(f(x, y), z)$ nel modello $\mathcal{M} = \langle \mathbb{N}, i \rangle$, con i tale che $\mathcal{M}(P(h, k))$ è la relazione $<$, $\mathcal{M}(f(l, m))$ è l'operazione $l \times m$, considerando due assegnazioni, a_1 e a_2 , così definite: $a_1(x) = 14, a_1(y) = 3, a_1(z) = 42; a_2(x) = 5, a_2(y) = 3, a_2(z) = 18$. Interpretazioni di termini: definizione induttiva. Il concetto di *soddisfacibilità*: definizione induttiva. Verità e falsità di formule chiuse e aperte in un dato modello. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 4.3.1-4.3.2).

Una più ampia trattazione della semantica tarskiana si trova in Casalegno (1998, cap. 4: La nozione di verità in logica).

Lezione XVI (30 marzo 2016) 2 ore, Aula "2.2" Verità di una formula in un modello. Il concetto di verità: esempio di deduzione di un condizionale ottenibile dallo schema (V). Definizioni di formula soddisfacibile, formula verificabile, formula

logicamente vera. Definizione di conseguenza logica e di equivalenza logica. Ricapitolazione su sintassi e semantica. Indefinibilità della verità. Alcuni paradossi semantici: “(M) L’enunciato (M) è falso”; “Mentitori” non autoreferenziali. Paradosso di Jourdain. “La mamma e il coccodrillo”. Quasi-mentitori: “(S) Questa frase contiene sei parole”. Il paradosso di Don Chiscotte. Il paradosso di Richard. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 4.3.3-4.3.5).

I testi sui paradossi abbondano. Oltre ai già citati Gardner (1975) e Smullyan (1978) si ricorda anche D’agostini (2009), che è più sistematico dei precedenti e ha un taglio più tecnico.

Lezione XVII (4 aprile 2016) 2 ore, Aula “2.2” Introduzione alla metalogica. Proprietà dei sistemi formali: coerenza, incoerenza, consistenza, inconsistenza. Relazione tra incoerenza e inconsistenza. Completezza, coerenza e decidibilità del calcolo enunciativo. Teoremi di completezza. Correttezza (debole e forte) e completezza (debole e forte) del calcolo dei predicati. Teorema di completezza di Gödel. Riflessioni sul legame tra approccio sintattico e approccio semantico. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 5.1-5.2).

Una prova del teorema di completezza per il calcolo enunciativo in deduzione naturale si trova in Lemmon (1965, § 5).

Lezione XVIII (4 aprile 2016) 2 ore, Aula “2.2” Teoremi limitativi. Indecidibilità del calcolo dei predicati (teorema di Church). Teoria formale dei numeri. Gödelizzazione. Aritmetizzazione della metamatemática. Primo teorema di incompletezza di Gödel. Secondo teorema di incompletezza di Gödel. Per gli argomenti trattati si veda Berto (2007, sez. 5.3-) e Nagel e Newman (1958), su cui, con qualche adattamento, si è basata la lezione.

Anche la letteratura sui teoremi di Gödel, sia di taglio divulgativo che tecnico, abbonda. Oltre a Nagel e Newman (1958) si vedano Berto (2008), Lulli (2004).

Testi di riferimento

Berto, Francesco (2007), *Logica da zero a Gödel*, Laterza, Roma-Bari.

Lecture di supporto

Nei testi seguenti sono contenuti alcuni degli approfondimenti fatti a lezioni. Sono particolarmente utili agli studenti non frequentanti.

Casalegno, Paolo (1998), *Filosofia del linguaggio. Un’introduzione*, Carocci, Roma.

- Copi, Irving M. e Carl Cohen (1994), *Introduction to Logic*, Prentice-Hall; trad. it. *Introduzione alla logica*, a cura e con introd. di Gabriele Lolli, il Mulino, Bologna 1999.
- Frixione, Marcello (2009), *Come ragioniamo*, 2^a ed., Laterza, Roma-Bari.
- Lemmon, E.J. (1965), *Beginning Logic*, Thomas Nelson e Sons Limited; trad. it. *Elementi di logica*, Laterza, Roma-Bari 1998.

Altri testi di approfondimento

Indicazioni sui personaggi chiave della logica contemporanea, con particolare riferimento allo sviluppo dell'informatica, si trovano in Davis (2000). Il testo, di carattere divulgativo, è opera di un autorevole matematico ed è ricco di notizie biografiche. La lettura è consigliata a tutti gli appassionati della materia. Per un più ampio inquadramento storico della logica si vedano Blanché (1970) e il classico W. C. Kneale e M. Kneale (1962).

- Berto, Francesco (2008), *Tutti pazzi per Gödel! La guida completa al Teorema di incompletezza*, Laterza, Roma-Bari.
- Blanché, Robert (1970), *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Librairie Armand Colin, Paris; trad. it. *La logica e la sua storia. Da Aristotele a Russell*, Astrolabio-Ubaldini, Roma 1973.
- D'agostini, Franca (2009), *Paradossi*, Carocci, Roma.
- Davis, Martin (2000), *The Universal Computer. The Road from Leibniz to Turing*, W.W. Norton & Company, New York; trad. it. *Il calcolatore universale. Da Leibniz a Turing*, trad. da Gianni Rigamonti, Adelphi, Milano 2012.
- Gardner, Martin (1975), *aha! Gotcha. Paradoxes to puzzle and delight*, Scientific American; trad. it. *Ah! Ci sono! Paradossi stimolanti e divertenti*, Zanichelli, Bologna 1987.
- Hacking, Ian (2001), *An Introduction to Probability and Inductive Logic*, trad. da Gianni Rigamonti; trad. it. *Introduzione alla probabilità e alla logica induttiva*, il Saggiatore, Milano 2005.
- Kneale, William Calvert e Martha Kneale (1962), *The Development of Logic*, Clarendon Press, Oxford; trad. it. *Storia della logica*, a cura di Amedeo G. Conte, Einaudi, Torino 1972.
- Lolli, Gabriele (2004), *Da Euclide a Gödel*, il Mulino, Bologna.
- Nagel, Ernst e James R. Newman (1958), *Gödel's Proof*; trad. it. *La prova di Gödel*, trad. da Luigi Bianchi, Presentazione di Edoardo Ballo, Bollati Boringhieri, Torino 2013.
- Oldroyd, David (1986), *The Arch of Knowledge. An Introductory Study of the History of the Philosophy and Methodology of Science*, Methuen, New York e London; trad. it. *Storia della filosofia della scienza. Da Platone a Popper*, il Saggiatore, Milano 1998.

- Palladino, Dario e Claudia Palladino (2007), *Logiche non classiche. Un'introduzione*, Carocci, Roma.
- Perelman, Chaïm e Lucie Olbrechts-Tyteca (1958), *Traité de l'argumentation. La nouvelle rhétorique*, Press Universitaires de France, Paris; trad. it. *Trattato dell'argomentazione. La nuova retorica*, prefazione di Norberto Bobbio, Einaudi, Torino 2013.
- Smullyan, Raymond (1978), *What is the Name of this Book? The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles*, Prentice-Hall, New Jersey; trad. it. *Qual è il titolo di questo libro? L'enigma di Dracula e altri indovinelli logici*, trad. da Massimo Evangelisti, RBA Italia, Bologna 2008.
- Taleb, Nassim Nicholas (2007), *The Black Swan*; trad. it. *Il cigno nero. Come l'improbabile governa la nostra vita*, trad. da Elisabetta Nifosi, il Saggiatore, Milano 2009.

Riepilogo programma d'esame

1. Appunti delle lezioni. Gli argomenti sono indicati nelle pagine precedenti.
2. Francesco Berto (2007), *Logica da zero a Gödel*, Laterza, Roma-Bari:

Introduzione Integrale

Capitolo 1 Integrale

Capitolo 2 Integrale

Capitolo 3 Non è richiesta l'applicazione delle regole di eliminazione della disgiunzione, introduzione dell'universale e eliminazione dell'esistenziale. Non è richiesta la dimostrazione degli esempi di p. 139-140 (che si consiglia tuttavia di leggere e comprendere). È esclusa la sezione 3.3.5. Delle sezioni 3.4.1-3.4.2 non è richiesta la *dimostrazione* della Legge di Leibniz e nemmeno delle proprietà di riflessività, transitività e simmetria (ma naturalmente sono richieste le nozioni). Importante è invece la sezione 3.5.

Capitolo 4 Non è richiesta la dimostrazione dell'esempio di p. 167-168. La definizione ricorsiva data nella sezione 4.3.3 (p. 166-167) va compresa nella sua essenza, ma non si richiede di saperla ricostruire. Non sono richiesti gli esercizi del capitolo 4. Importanti sono invece le sezioni 4.2 e 4.3.5 (che nell'ultima parte va collegata, per essere compresa, alla sezione 5.3.1).

Capitolo 5 Non sono richiesti gli esercizi del capitolo 5. Importante la sezione 5.3.3.