Fenomeni ondulatori

Molti fenomeni in natura presentano caratteristiche ondulatorie e possono essere descritti con equazioni matematiche simili

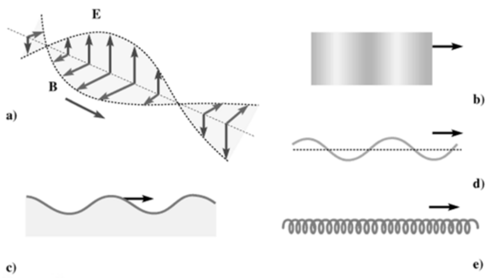


Figura 15.1
Alcuni tra i principali fenomeni ondulatori. **(a)** Un'onda elettromagnetica. **(b)** Un'onda sonora: ad esempio la vibrazione di un diapason mette in moto le molecole di un gas le quali oscillano di moto armonico intorno alla posizione di equilibrio. **(c)** L'onda superficiale che si propaga all'interfaccia liquido-aria. **(d)** Un'onda lungo una corda fatta oscillare. **(e)** Un'onda attraverso una molla.

Scannicchio
Fisica Biomedica
EdiSES

EdiSES

Fenomeni ondulatori

Esempi:
perturbazione che si propaga sulla superficie dell'acqua.
Onde di percussione in una lunga sbarra metallica.

Sono coinvolte forze di tipo elastico.

Le grandezze cinematiche che descrivono il moto delle particelle derivanti da forze elastiche sono funzioni periodiche. Cioè deve valere:

$F(t)=F(t+T)$

T= periodo

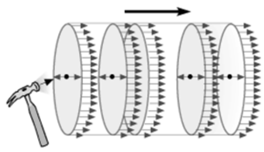


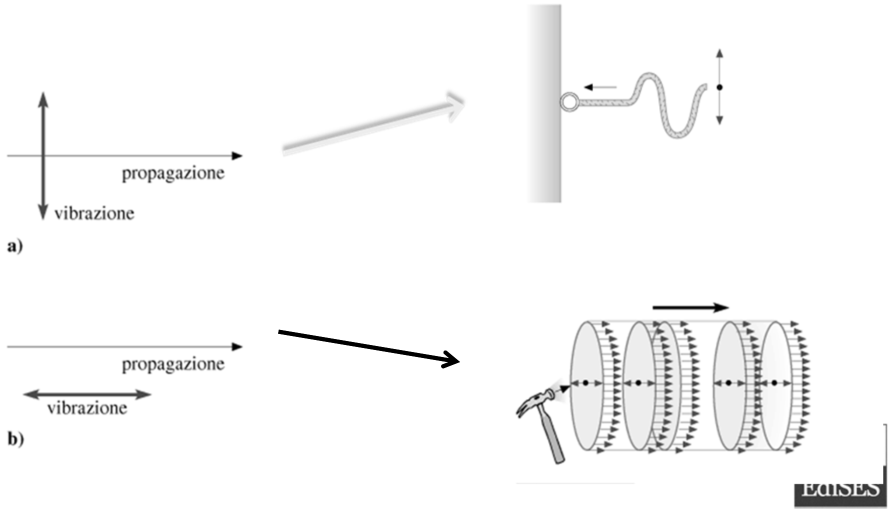
Figura 15.2
Vibrazione elastica che si propaga in una sbarra metallica. Tutte le sezioni della sbarra sono sollecitate a vibrare in tempi successivi. La perturbazione è di tipo longitudinale.

Scannicchio
Fisica Biomedica
EdiSES

EdiSES

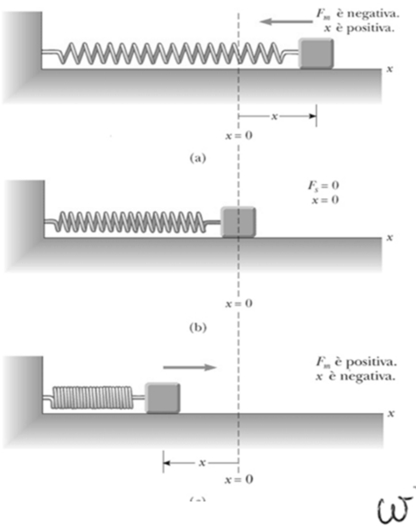
Fenomeni ondulatori

Onde trasversali e longitudinali



Fenomeni ondulatori

Oscillatore armonico



$$F = -kx \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$S(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \Phi)$$

A= Ampiezza massima; ϕ= angolo di fase iniziale, ω=pulsazione

Stesso valore per ($\omega t+\phi$) e ($\omega(t+T)+\phi$)

$$\omega(t+T) + \Phi - (\omega t + \Phi) = 2\pi$$

$$\omega T = 2\pi \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Fenomeni ondulatori

Def. Frequenza: $\nu = \frac{1}{T}$

Unità di misura Hz: 1Hz=1s^{-1} (1ciclo/s)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Energia dell'oscillatore armonico
$E_{tot}=E_{cinetica}+E_{potenziale}=E_k+U$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\omega^2 m\, s^2(t)$$

$E_k=(1/2)mv^2$

$$v(t) = \frac{d}{dt}\left(A\sin(\omega t+\Phi)\right) = \omega A\cos(\omega t+\Phi)$$

Fenomeni ondulatori

$$E_{TOT} = \frac{1}{2}m\,\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\Phi) + \frac{1}{2}\omega^2 m A^2\sin^2(\omega t+\Phi) =$$

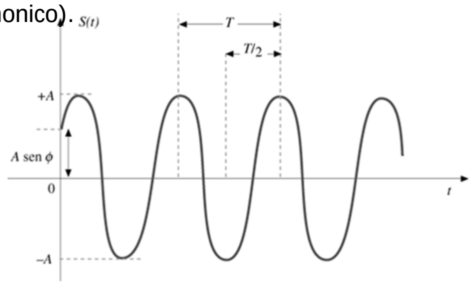
$$E_{TOT} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Energia proporzionale al quadrato dell'ampiezza massima del moto.

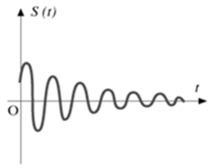
Questo risultato vale per tutti i fenomeni ondulatori: l'energia totale è proporzionale all'ampiezza massima della particolare grandezza fisica posta in vibrazione (anche per le onde em)

Fenomeni ondulatori

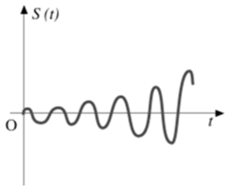
Grafico della posizione in funzione di t (oscillatore armonico).

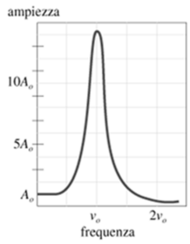


Oscillazioni smorzate



Oscillazioni forzate e risonanza





Fenomeni ondulatori

Propagazione delle onde

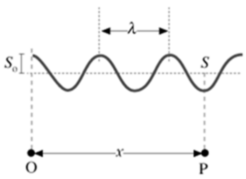


Figura 15.9
Propagazione di un fenomeno ondulatorio: l'onda si riproduce in P con un ritardo temporale pari al rapporto $\overline{OP}/v = x/v$.

Supponiamo di avere una sorgente che oscilla con una certa pulsazione

$$S_0(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \Phi)$$

Supponiamo che la perturbazione si propaghi lungo l'asse x con velocità v; se la perturbazione impiega un tempo t1 a percorrere il tratto OP, la vibrazione del punto P al tempo t sarà uguale a quella della sorgente al tempo (t-t_1).

$$S(t) = S(t - t_1) = S\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Essendo: $t_1 = x/v$

Fenomeni ondulatori

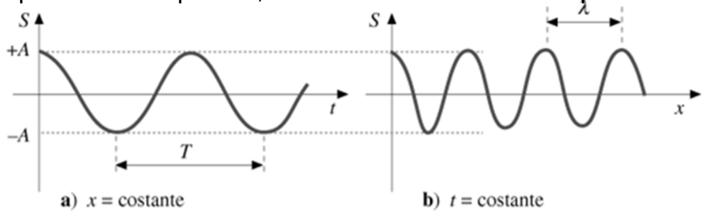
Se la vibrazione è monocromatica (per semplicità poniamo la fase =0):

$$S(t) = A\,\text{sen}(\omega t) = A\,\text{sen}\left(\omega\left(t-t_1\right)\right) = A\,\text{sen}\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right) =$$

$$A\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)\right) = A\,\text{sen}\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Avendo definito la lunghezza d'onda: $\boxed{vT = \lambda}$ $\boxed{\lambda\,\nu = v.}$

Distanza percorsa in un periodo, o la minima distanza tra due punti che vibrano in fase



Fenomeni ondulatori

Onde piane e onde sferiche

Superficie d'onda=luogo dei punti del mezzo che si trovano nello stesso stato di oscillazione (per esempio al massimo):

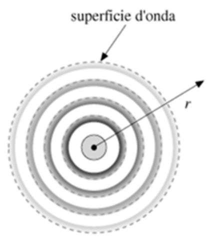


Figura 15.11
Rappresentazione schematica di una superficie d'onda circolare (o sferica). Tutti i punti della superficie d'onda vibrano in concordanza di fase. Le ampiezze decrescenti, in corrispondenza delle successive superfici d'onda, sono evidenziate da variazioni di densità di grigio. Viene indicata la distanza r dalla sorgente.

Se la sorgente è puntiforme ed il mezzo è isotropico, le onde si propagano in tutte le direzioni (le superfici d'onda sono delle sfere)

L'equazione di propagazione è ancora valida pur di considerare la propagazione nella direzione radiale

$$S(r,t) = \frac{A_o}{r}\,\text{sen}\left\{2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)\right\}$$

L'ampiezza max deve essere divisa per r, per conservazione dell'energia.

Fenomeni ondulatori

L'energia che attraversa la superficie a distanza r dalla sorgente deve essere uguale alla energia che attraversa l'area a distanza 2r.

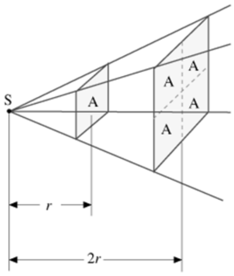


Figura 15.12
Distribuzione spaziale dell'intensità sonora. L'intensità irradiata in un angolo solido definito si distribuisce su una superficie che aumenta col quadrato della distanza. Si veda l'Appendice C per la definizione di angolo solido.

La superficie aumenta con r^2

L'energia aumenta come $r^2 A^2(r)$

Siccome l'energia deve rimanere costante,

$$r\,A(r) = \text{costante}$$

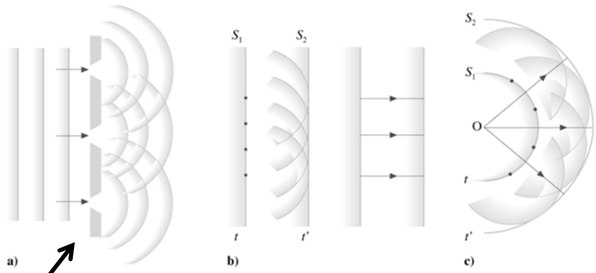
$$\Rightarrow \quad A(r) = A_o/r.$$

A0=ampiezza della sorgente.

Fenomeni ondulatori

Principio di Malus: i raggi (linea perpendicolare alle superfici d'onda) rappresentano il cammino (rettilineo) lungo il quale si propaga l'energia trasportata dalle onde.

Principio di Huygens : ogni punto investito da una perturbazione ondosa diventa sorgente di onde sferiche. L'inviluppo delle superfici d'onda ad un istante successivo rappresenta la superficie d'onda a quell'istante.



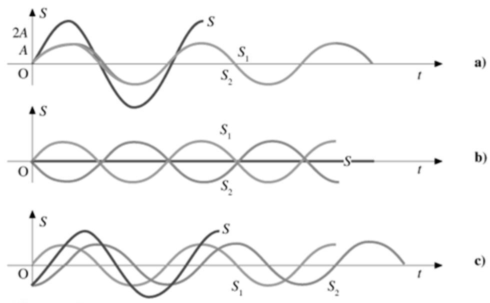
Dato sperimentale; foro di dimensioni paragonabili a λ.

Principio di sovrapposizione: la propagazione simultanea di due onde o più onde in un mezzo avviene (per ciascuna di esse) come se le altre non fossero presenti.
La vibrazione di un punto è la somma vettoriale delle vibrazioni associate alle diverse onde.

Fenomeni ondulatori

Interferenza: nella stessa regione dello spazio si propagano due o più onde.

Supponiamo di avere due onde di stessa frequenza, stessa direzione di vibrazione e che provengono da sorgenti coerenti (due sorgenti si dicono coerenti se mantengono nel tempo differenza di fase costante)



L'ampiezza dell'onda dipende dalla differenza di fase.

Interferenza costruttiva (stessa fase)

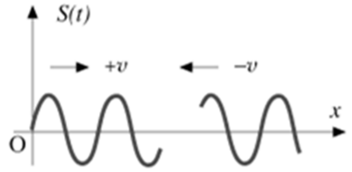
Interferenza distruttiva (fase opposta)

Quadratura di fase (sfasate di $\pi/2$, $3\pi/2$)

Scannicchio
Fisica Biomedica
EdiSES

Fenomeni ondulatori

Onde stazionarie e battimenti (casi particolari di interferenza).



Consideriamo due onde monocromatiche di stessa frequenza e coerenti che si propagano nella stessa direzione ma in verso opposto.

La somma fornisce:

$$2\ A\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\ \text{sen}\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$

Non è un'onda che si propaga (nelle onde che si propagano t e x devono essere nell'argomento della stessa funzione trigonometrica)

Ci sono dei punti che hanno sempre ampiezza nulla (nodi) e punti che havvo sempre ampiezza massima (ventri)

Fenomeni ondulatori

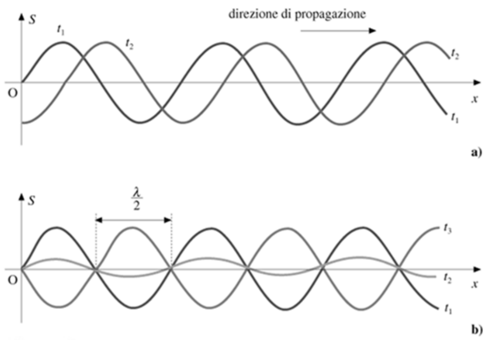
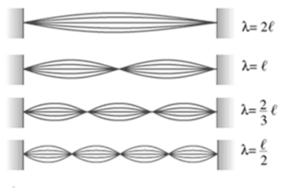


Figura 15.26

(**a**) Onda viaggiante rappresentata in tempi successivi: $t_1 > t_2$. (**b**) Onda stazionaria rappresentata in tempi successivi: $t_1 < t_2 < t_3$. In ogni punto di coordinata x si ha una vibrazione con la stessa frequenza, ma la cui ampiezza viene a dipendere dalla posizione x.

Onde stazionarie si possono indurre su una corda (un estremo fisso e un estremo viene messo in vibrazione; le onde riflesse viaggiano in direzione opposta alle onde originarie). Si hanno onde stazionarie in particolari condizioni.



EdiSES

Fenomeni ondulatori

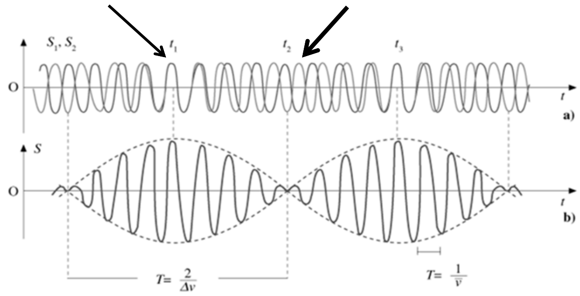
Battimenti: sovrapposizione di due onde con frequenze poco diverse.

Onde in fase

Onde fuori fase

Figura 15.28

(**a**) Due onde di diversa frequenza che sono in fase al tempo t_1, al tempo t_2 sono in opposizione di fase e al tempo t_3 sono di nuovo in concordanza di fase. (**b**) Onda risultante delle due mostrate in (**a**). La frequenza dell'oscillazione rapida è circa uguale a quella delle due onde originarie, ma l'ampiezza è modulata, com'è indicato dall'inviluppo tratteggiato con una frequenza molto minore.

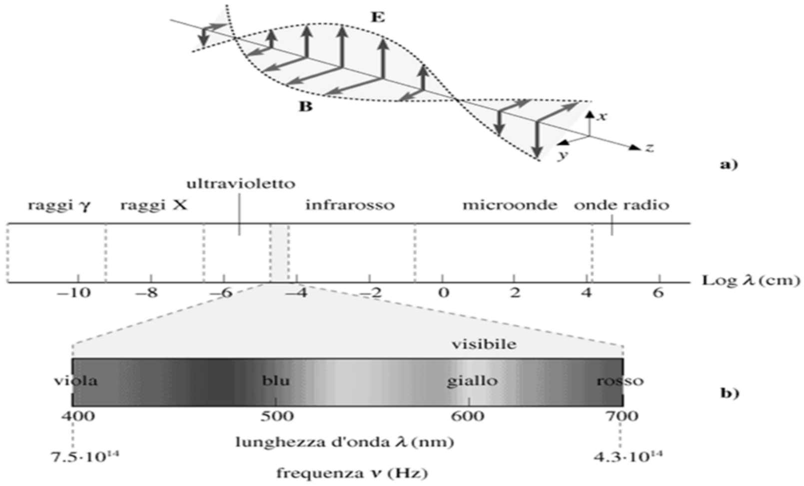


Alta frequenza uguale alla media delle 2 onde
Modulazione a bassa frequenza data da $\Delta\nu/2$

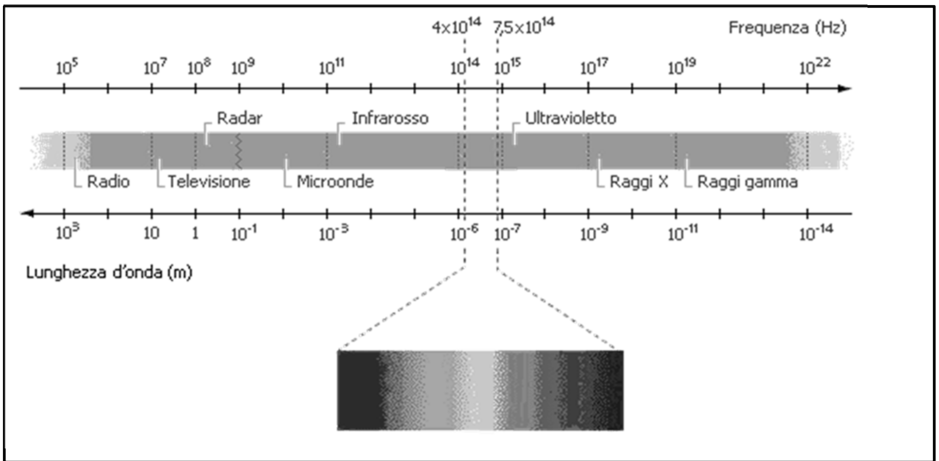
EdiSES

Fenomeni ondulatori

Spettro delle onde elettromagnetiche



Fenomeni ondulatori



Energia del fotone $=h\nu$ con $h=$ costante di Planck $=6.626 \times 10^{-34}$ Js

EdiSES

Fenomeni ondulatori

What is the energy of the photon that will be absorbed by a 1H nucleus in a 1.5 Tesla magnetic field (64 MHz)? How does this compare in energy to a $2x10^{19}$ Hz x-ray photon? What is the ionization potential for a typical organic molecule? Which of the two photons will ionize the molecule

The energy absorbed by a 1H nucleus is:

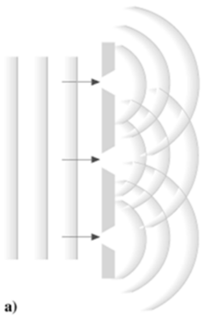
E_H = $h\nu$= $6.626x10^{-34}$ Js * $64x10^6$ Hz = $4.23x10^{-26}$ J

The energy of a ν=$2x10^{19}$ Hz X-ray photon is:
E_X = $h\nu$ = 6.626 x 10^{-34} Js * $2x10^{19}$ Hz = $1.33x10^{-14}$ J

How the two energies compare?
E_X / E_H = 1.33 x 10^{-14} J / 4.23 x 10^{-26} J = 3.14 x 10^{11}
The energy of the X-ray photon is 10^{11} times more than the ^{1}H photon energy.

The ionization potential for an organic compound is approximately $6x10^{-19}$ J.

Fenomeni ondulatori



a)

Se λ circa dimensioni del foro natura ondulatoria

Se λ << dimensioni del foro: valida l'approssimazione di ottica geometrica (la luce si propaga in linea retta, come il raggio). Le superfici d'onda rimangono piane.
λ visibile intorno a 500 nm, cioè 0.5 μ