



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VERONA

LABORATORIO DI PROBABILITA' E STATISTICA

Docente: Bruno Gobbi

8 - ESERCIZI SULLE V.C. CONTINUE

LA VARIABILE NORMALE

In R si definiscono quattro funzioni per la variabile normale:

- ▶ **dnorm()** calcola la densità di probabilità
- ▶ **pnorm()** è la funzione di probabilità cumulata
- ▶ **qnorm()** è l'inversa della probabilità cumulata
- ▶ **rnorm()** per creare dei valori random generati da una variabile aleatoria normale

ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 100 cm e deviazione standard 30 cm (si consiglia asse delle X da 0 a 200).

Costruire il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità > 80 cm
- ▶ probabilità fra 50 e 80 cm
- ▶ probabilità oltre 100 cm
- ▶ quale valore include il 95% della distribuzione?

ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 200, 0.01)
```

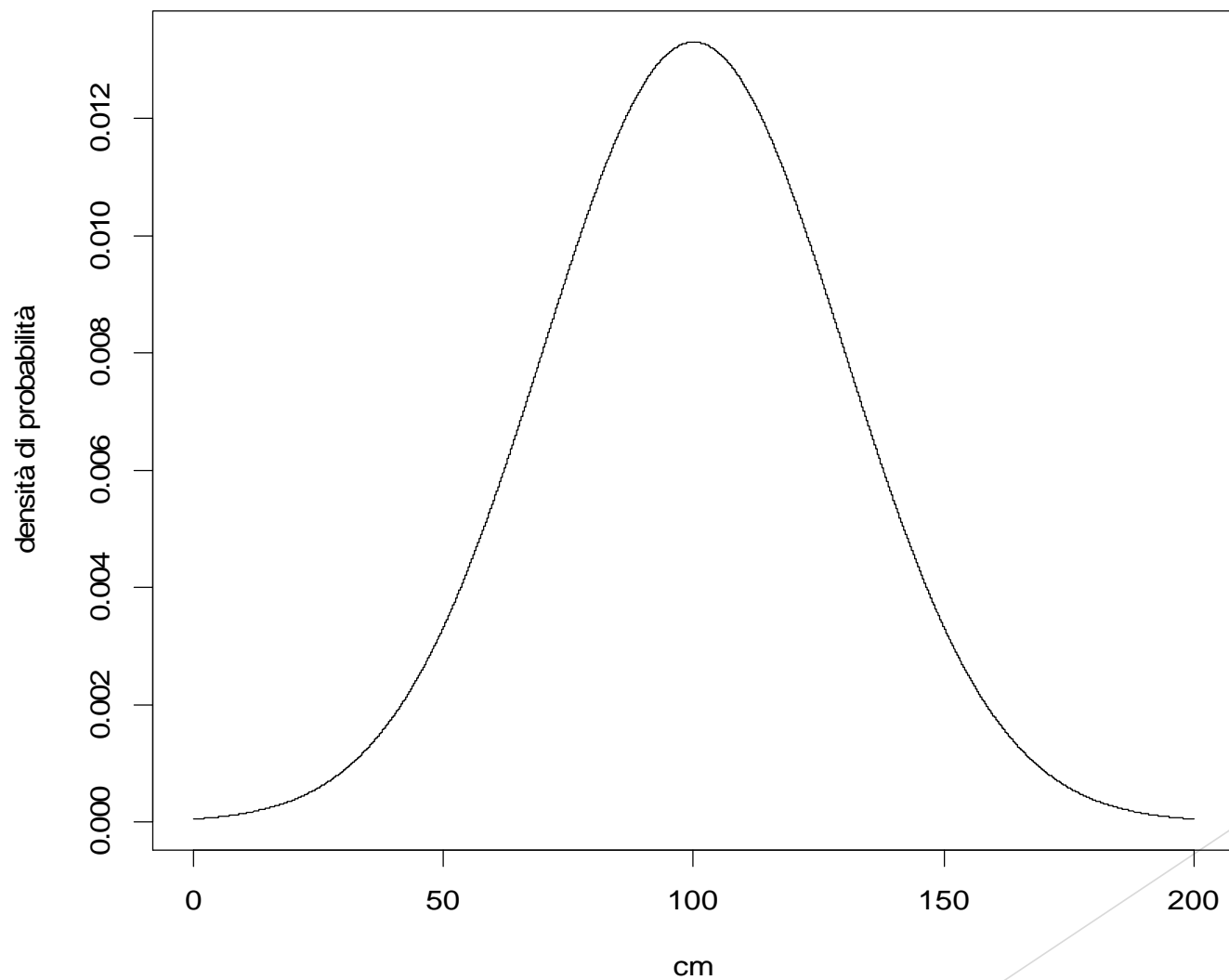
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 100, 30)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="cm", ylab =  
"densità di probabilità")
```

ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE



ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' > 80 CM:

```
> pnorm(80, 100, 30, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.7475075
```

OPPURE:

```
> 1 - pnorm(80, 100, 30, lower.tail=TRUE)
```

```
[1] 0.7475075
```

ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA 50 E 80 CM:

```
> pnorm(80, 100, 30, lower.tail=TRUE) -  
pnorm(50, 100, 30, lower.tail=TRUE)
```

```
[1] 0.2047022
```

ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
MAGGIORE DI 100 CM:

```
> pnorm(100, 100, 30, lower.tail=FALSE)  
[1] 0.5
```



ESEMPIO 1 VARIABILE NORMALE

QUALE VALORE INCLUDE IL 95% DELLA
DISTRIBUZIONE?

```
> qnorm(0.95, 100, 30)
```

```
[1] 149.3456
```



ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 2500 e deviazione standard 400 (si consiglia asse delle X da 0 a 5000).

Costruire il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità > 3000
- ▶ probabilità > 2000
- ▶ probabilità fra 1600 e 1800
- ▶ Probabilità fra 2600 e 2700
- ▶ quale valore include il 70% della distribuzione?

ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 5000, 0.01)
```

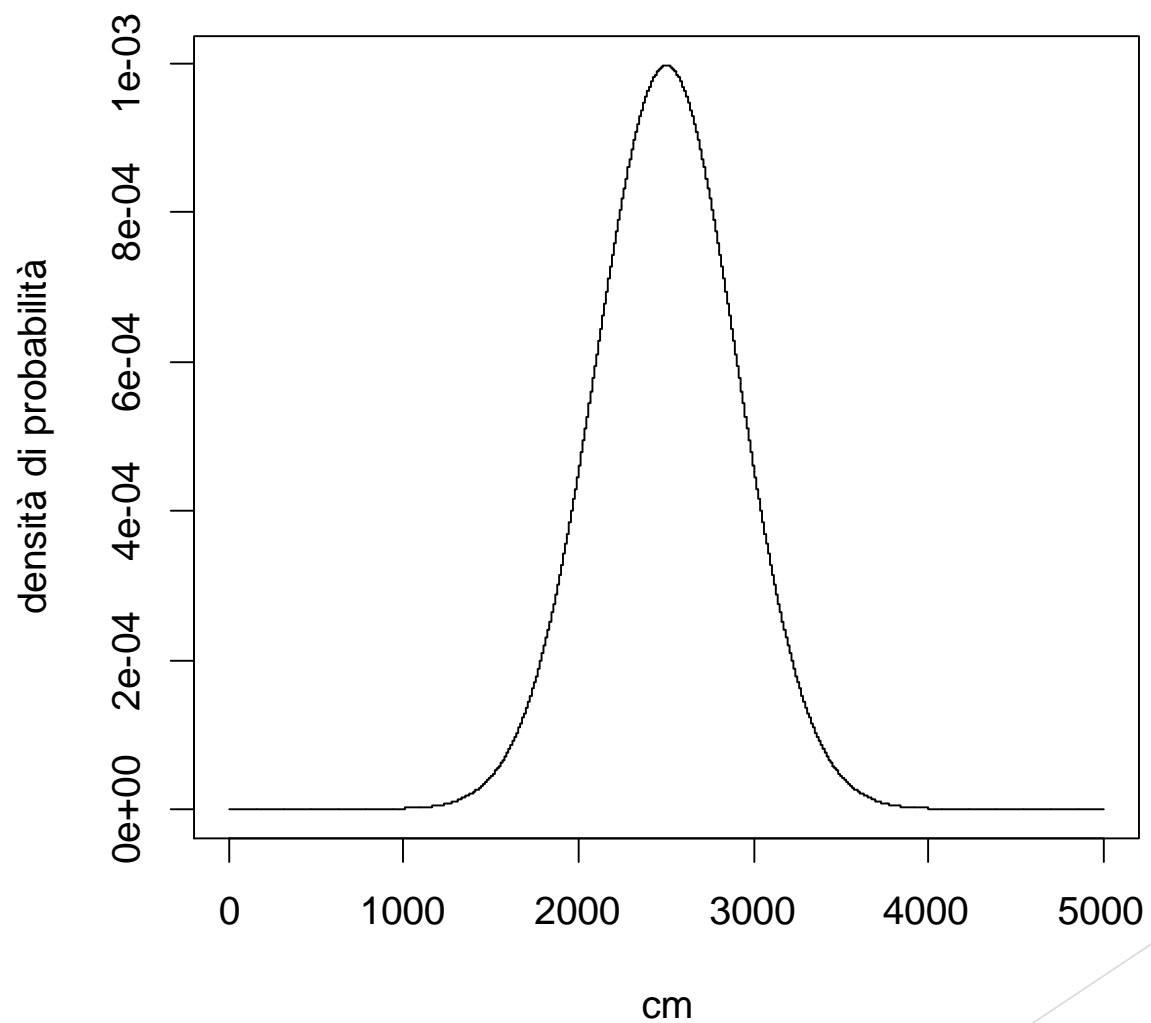
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 2500, 400)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab =  
"P(x)")
```

ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE



ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' > 3000:

```
> pnorm(3000, 2500, 400, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.1056498
```

ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' > 2000:

```
> pnorm(2000, 2500, 400, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.8943502
```

ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

**# PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA
1600 E 1800:**

```
> pnorm(1800, 2500, 400, lower.tail=TRUE)  
- pnorm(1600, 2500, 400, lower.tail=TRUE)  
[1] 0.02783468
```

ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

**# PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA
2600 E 2700:**

```
> pnorm(2600, 2500, 400, lower.tail=FALSE)  
- pnorm(2700, 2500, 400, lower.tail=FALSE)  
[1] 0.09275614
```

OPPURE:

```
> pnorm(2700, 2500, 400, lower.tail=TRUE)-  
pnorm(2600, 2500, 400, lower.tail=TRUE)  
[1] 0.09275614
```


ESEMPIO 2 VARIABILE NORMALE

QUALE VALORE INCLUDE IL 70% DELLA
DISTRIBUZIONE?

```
> qnorm(0.70, 2500, 400)  
[1] 2709.76
```



ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 50 e deviazione standard 12 (si consiglia asse delle X da 0 a 100).

Disegnare il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità = 42
- ▶ probabilità < 42
- ▶ probabilità > 42
- ▶ quale valore include il 50% della distribuzione?

ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 100, 0.01)
```

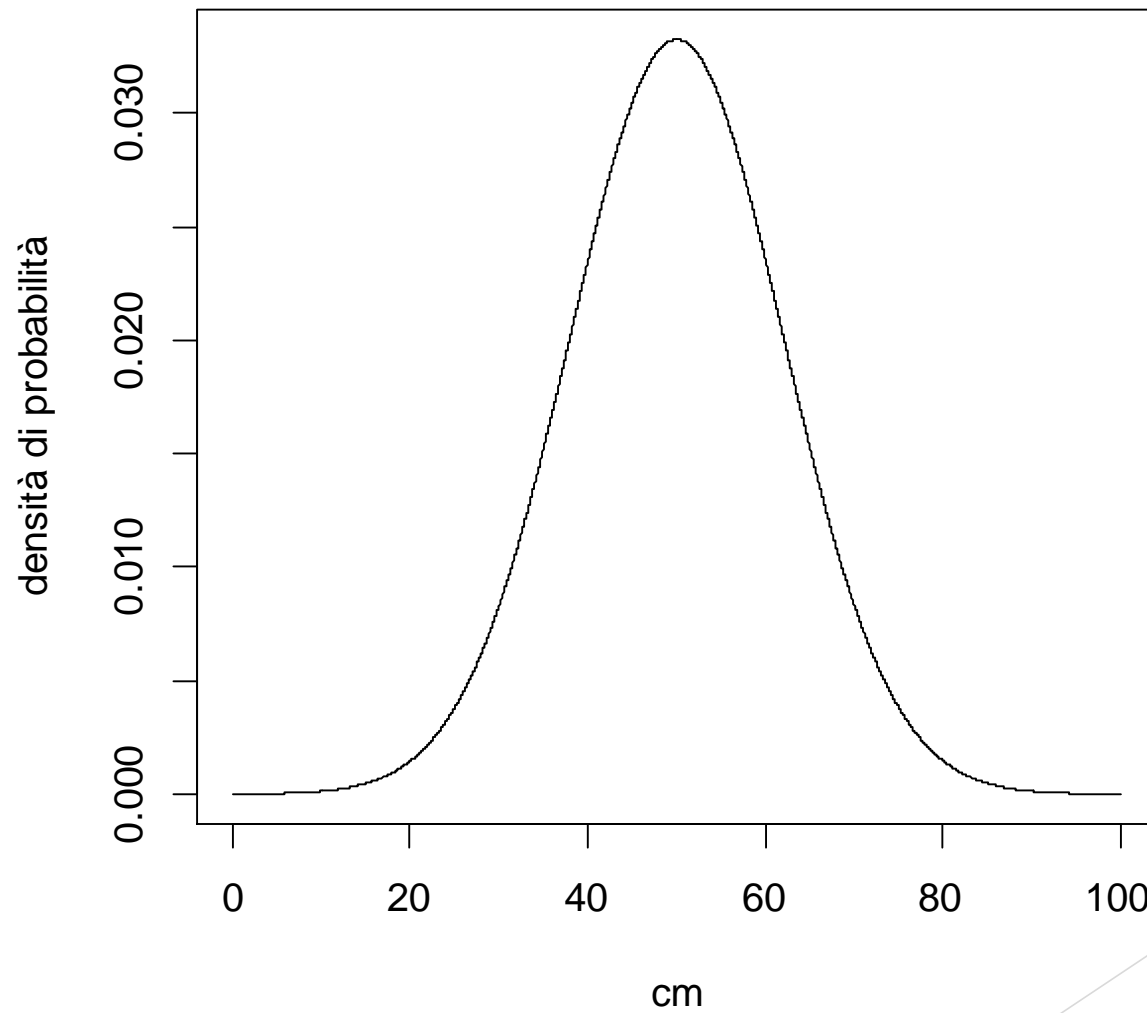
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 50, 12)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab =  
"densità di probabilità")
```

ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE



ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' = 42:

```
> dnorm(42, 50, 12)
```

```
[1] 0.02662067
```



ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' < 42:

```
> pnorm(42, 50, 12, lower.tail=TRUE)
```

```
[1] 0.2524925
```



ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' > 42:

```
> pnorm(42, 50, 12, lower.tail=FALSE)
```

```
[1] 0.7475075
```



ESEMPIO 3 VARIABILE NORMALE

QUALE VALORE INCLUDE IL 50% DELLA
DISTRIBUZIONE?

```
> qnorm(0.50, 50, 12)
```

```
[1] 50
```



ESEMPIO 4

Ipotizziamo di avere dei dati distribuiti come una normale con media 300 e deviazione standard 55 (si consiglia asse delle X da 0 a 600).

Disegnare il grafico e calcolare:

- ▶ probabilità $x=400$
- ▶ probabilità di $x \leq 200$
- ▶ probabilità di $x > 500$

ESEMPIO 4

CREO INNANZITUTTO L'ASSE DELLE X

```
> x=seq(0, 600, 0.01)
```

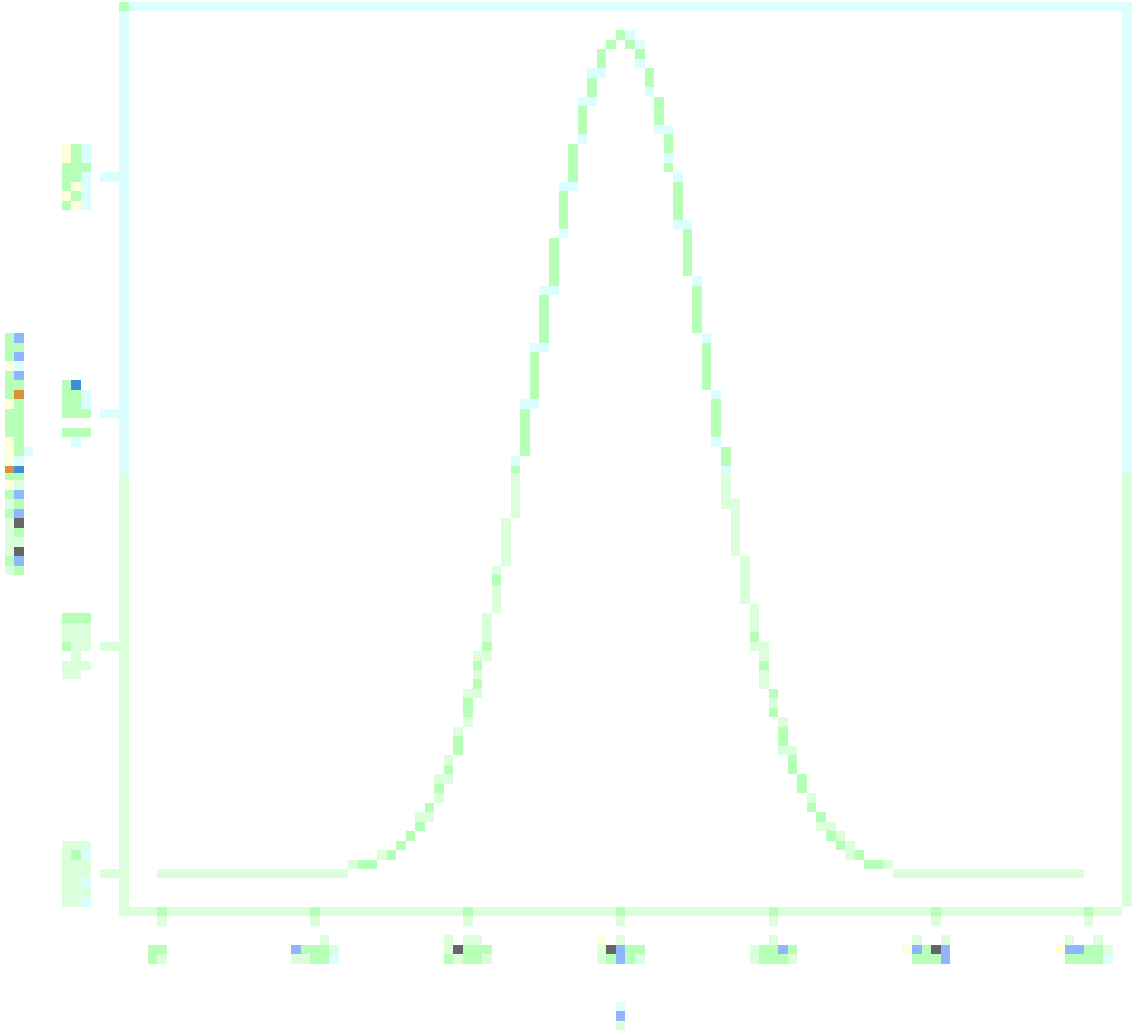
CREO LA DISTRIBUZIONE NORMALE

```
> normale=dnorm(x, 300, 55)
```

CREO IL GRAFICO

```
> plot(x, normale, type = "l", xlab="x", ylab =  
"densità di probabilità")
```

ESEMPIO 4



ESEMPIO 4

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x = 400$:

```
> dnorm(400, 300, 55)
```

```
[1] 0.00138901
```



ESEMPIO 4

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x \leq 200$:

```
> pnorm(200, 300, 55)
```

```
[1] 0.03451817
```



ESEMPIO 4

PER CONOSCERE LA PROBABILITA'
DI $x > 500$:

```
> pnorm(500, 300, 55, lower.tail=FALSE)  
[1] 0.000138257
```

ESEMPIO 4a

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- ▶ probabilità fra 315 e 520
- ▶ il valore mediano
- ▶ il primo e il terzo quartile



ESEMPIO 4a

PER CONOSCERE LA PROBABILITA' FRA 315
E 520 CM:

```
> pnorm(520, 300, 55, lower.tail=TRUE) -  
pnorm(315, 300, 55, lower.tail=TRUE)
```

```
[1] 0.3924998
```


ESEMPIO 4a

LA MEDIANA E':

```
> qnorm(0.5, 300, 55)
```

```
[1] 300
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qnorm(0.25, 300, 55)
```

```
[1] 262.9031
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
> qnorm(0.75, 300, 55)
```

```
[1] 337.0969
```