

# Sistemi - Modulo di Sistemi a Eventi Discreti

Laurea Magistrale in Ingegneria e Scienze Informatiche  
Tiziano Villa

6 Luglio 2012

Nome e Cognome:

Matricola:

Posta elettronica:

problema	punti massimi	i tuoi punti
problema 1	15	
problema 2	15	
totale	30	

1. Una rete di Petri marcata e' specificata da una quintupla:  $\{P, T, A, w, x\}$ , dove  $P$  sono i posti,  $T$  le transizioni,  $A$  gli archi,  $w$  la funzione di peso sugli archi, e  $x$  il vettore di marcamento (numero di gettoni per posto).  $I(t_i)$  indica l'insieme dei posti in ingresso alla transizione  $t_i$ ,  $O(t_j)$  indica l'insieme dei posti in uscita dalla transizione  $t_j$ .

Si consideri la rete di Petri  $P_{gs}$  definita da:

- $P = \{p_1\}$
- $T = \{t_1, t_2\}$
- $A = \{(p_1, t_2), (t_1, p_1)\}$
- $\forall i, j \ w(p_i, t_j) = 1$
- $\forall i, j \ w(t_i, p_j) = 1$

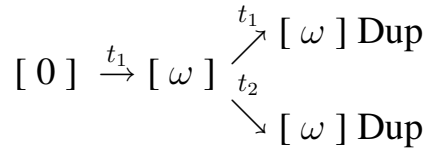
Sia  $x_0 = [0]$  la marcatura iniziale.

- (a) Si disegni il grafo della rete di Petri  $P_{gs}$ .

Si costruiscano il grafo di copertura e l'albero di copertura della rete di Petri  $P_{gs}$ .

Traccia di soluzione.

Albero di copertura



Il grafo di copertura ha solo due nodi, poiche' le due transizioni uscenti dal primo nodo  $[\omega]$  sono auto-anelli del medesimo nodo.

La differenza tra l'albero di copertura e il grafo di copertura e' che nel primo si riportano esplicitamente i nodi duplicati (contrassegnati con *Dup*, da cui poi si arresta la ricerca) e nel secondo al loro posto si hanno lati diretti al nodo gia' esistente.

(b) Si definiscano la limitatezza di un posto in una rete di Petri e la limitatezza di una rete di Petri.

Esiste una condizione necessaria e sufficiente per verificare la limitatezza di un posto ?

La rete di Petri  $P_{gs}$  e' limitata ? Si argomenta la risposta.

Traccia di soluzione.

Definizioni: Un posto  $p$  e' limitato con limite  $k$  se e solo nel grafo (o albero) di raggiungibilita'  $k$  e' il massimo valore nel posto  $p$  per tutti i nodi, altrimenti  $p$  e' illimitato. Una rete di Petri e' limitata se e solo se tutti i suoi posti sono limitati.

Proprieta': Il grafo di copertura contiene l'informazione per una condizione necessaria e sufficiente per la limitatezza, infatti un posto  $p$  e' illimitato se e solo se nel grafo (o albero) di copertura compare un nodo con valore di  $\omega$  nel posto  $p$ .

Caso specifico: Nel nostro esempio, il posto  $p_1$  e' illimitato. La rete di Petri  $P_{gs}$  e' illimitata.

- (c) Una rete marcata si dice reversibile se per ogni marcatura raggiungibile si può ritornare alla marcatura iniziale.

La rete di Petri  $P_{gs}$  è reversibile? Si argomenta la risposta.

Traccia di soluzione.

La rete di Petri  $P_{gs}$  è reversibile perché da una qualunque marcatura raggiungibile  $x_k = [k]$  si può riportare la rete alla marcatura iniziale  $x_0 = [0]$  facendo scattare  $k$  volte la transizione  $t_2$ .

(d) Si definisca la sottoclasse di reti di Petri denominate grafi marcati.

Si mostri un esempio di grafo marcato.

Traccia di soluzione.

Un grafo marcato e' una rete di Petri ordinaria (ogni arco ha molteplicita' unitaria, cioe' i pesi sugli archi sono tutti  $w = 1$ ) in cui ogni posto ha esattamente un arco in ingresso e un arco in uscita.

La rete di Petri  $P_{gs}$  e' un grafo marcato, perche' l'unico posto ha un solo arco in ingresso e un solo arco in uscita.

2. Si consideri il seguente automa temporizzato:

- locazioni:  $l_1$ , dove  $l_1$  e' la locazione iniziale con condizioni iniziali  $s(0) := 0$ ;
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ;
- transizione da  $l_1$  a  $l_1$ :  $a/ticchettio, s(t) := 0$ ,  
dove  $a = \{(s(t)) \mid s(t) = T\}$ ,  
(la sintassi delle annotazioni di una transizione e' *guardia/uscita, azione*);
- uscita  $y(t) \in \{ticchettio, assente\}$ .

(a) Si disegni il diagramma di transizione degli stati dell'automa, annotando con precisione locazioni e transizioni, e si descriva l'uscita  $y(t)$ .

Traccia di soluzione.

L'automa temporizzato produce l'evento *ticchettio* ogni  $T$  unita' di tempo.

- (b) Si descriva sia testualmente che graficamente l'automa temporizzato che produce l'evento *ticchettio* ai tempi  $T, 3T, 4T, 6T, 7T, 9T, 10T, 12T, \dots$ , cioè l'automa produce l'evento *ticchettio* a intervalli di  $T$  unità di tempo (una volta) e  $2T$  unità di tempo (una volta) e così via.

Traccia di soluzione.

- locazioni:  $l_1, l_2$ , dove  $l_1$  è la locazione iniziale con condizioni iniziali  $s(0) := 0$ ;
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ,  
dinamica della locazione  $l_2$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ;
- transizione da  $l_1$  a  $l_2$ :  $a/\text{ticchettio}, s(t) := 0$ ,  
transizione da  $l_2$  a  $l_1$ :  $b/\text{ticchettio}, s(t) := 0$ ,  
dove  $a = \{s(t) \mid s(t) = T\}$ ,  
dove  $b = \{s(t) \mid s(t) = 2T\}$   
(la sintassi delle annotazioni di una transizione è *guardia/uscita, azione*);
- uscita  $y(t) \in \{\text{ticchettio}, \text{assente}\}$ .

- (c) Si descriva sia testualmente che graficamente l'automa temporizzato che produce l'evento *ticchettio* ai tempi  $T, 2T, 3T, 5T, 6T, 7T, 8T, 10T, 11T, \dots$ , cioè l'automa produce l'evento *ticchettio* a intervalli di  $T$  unità di tempo (3 volte) e  $2T$  unità di tempo (una volta) e così via.

Traccia di soluzione.

- locazioni:  $l_1, l_2, l_3, l_4$ , dove  $l_1$  è la locazione iniziale con condizioni iniziali  $s(0) := 0$ ;
- dinamica della locazione  $l_1$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ,  
 dinamica della locazione  $l_2$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ,  
 dinamica della locazione  $l_3$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ;  
 dinamica della locazione  $l_4$ :  $\dot{s}(t) = 1$ ;
- transizione da  $l_1$  a  $l_2$ :  $a/\text{ticchettio}, s(t) := 0$ ,  
 transizione da  $l_2$  a  $l_3$ :  $b/\text{ticchettio}, s(t) := 0$ ,  
 transizione da  $l_3$  a  $l_4$ :  $c/\text{ticchettio}, s(t) := 0$ ,  
 transizione da  $l_4$  a  $l_1$ :  $d/\text{ticchettio}, s(t) := 0$ ,  
 dove  $a = \{s(t) \mid s(t) = T\}$ ,  
 dove  $b = \{s(t) \mid s(t) = T\}$   
 dove  $c = \{s(t) \mid s(t) = T\}$   
 dove  $d = \{s(t) \mid s(t) = 2T\}$   
 (la sintassi delle annotazioni di una transizione è *guardia/uscita, azione*);
- uscita  $y(t) \in \{\text{ticchettio}, \text{assente}\}$ .

Le soluzioni proposte per (b) e (c) sono state scelte per la loro leggibilità. Si possono proporre soluzioni con meno locazioni, ma con transizioni dalle guardie più complesse, o più dinamiche dipendenti dalle locazioni, o più orologi.