

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 24/06/2016

Traccia A

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	120	120	120,00	0,0000	0,0000	1	120
5	36	180	7,20	1,6094	57,9398	25	900
7	42	294	6,00	1,9459	81,7282	49	2058
12	102	1224	8,50	2,4849	253,4605	144	14688
	300	1818	141,70	6,0403	393,1285		17766

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1818}{300} = 6,0600$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{300}{141,7} = 2,117$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{393,1285}{300} = 1,3104 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 3,7078$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{150^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{151^\circ} : me = 5$$

$$\text{moda} = 1$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 17766/300 - 6,06^2 = 22,4964$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
2	30	60	4	900
6	25	150	36	625
9	26	234	81	676
13	19	247	169	361
30	100	691	290	2562

Sui dati presentati in tabella calcolare:

- i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$;
- il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
- giudicare la bontà di accostamento.

a) Calcolo dei parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$:

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{30}{4} = 7,5$$

$$M(Y) = \frac{100}{4} = 25$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{691}{4} - 7,5 * 25 = -14,7500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{290}{4} - 7,5^2 = 16,2500$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{-14,75}{16,25} = -0,9077$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 25 - (-0,9077) * 7,5 = 31,8077$$

b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:

$$r = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)}$$

$$V(Y) = \frac{2562}{4} - 25^2 = 15,5000$$

$$\sigma(Y) = \text{RADQ}(15,5) = 3,9370$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(16,25) = 4,0311$$

$$r = \frac{-14,75}{3,937 * 4,0311} = -0,9294 \quad \text{Si registra una forte relazione lineare indiretta}$$

c) Giudicare la bontà di accostamento:

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$$r^2 = (-0,9294)^2 = 0,8638$$

Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,3$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,2401
1	0,4116
2	0,2646
3	0,0756
4	0,0081
	1

$$\text{Media} = np = 1,2$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,84$$

ESERCIZIO 4

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
marca=c("Samsung", "Apple", "Mediacom")
pezzi=c(90, 140, 70)
vendite=data.frame(marca, pezzi)

# CREO LA COLONNA DELLE PERCENTUALI
tot_pezzi=sum(pezzi)
perc=pezzi/tot_pezzi
vendite=data.frame(vendite, perc)

# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
barplot(pezzi, names.arg=marca)

# GRAFICO A TORTA DELLE PERCENTUALI
pie(perc, labels=marca)
```

ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
voti=c(26, 30, 25, 24, 18, 22, 29, 27, 25, 25)

# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=25          H1: mu!=25
t.test(voti, mu=25, alternative="two.sided", conf.level=0.95)

# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.9282) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 22.65775 E 27.54225
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 24/06/2016

Traccia B

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
2	10	20	5,00	0,6931	6,9315	4	40
6	16	96	2,67	1,7918	28,6682	36	576
8	49	392	6,13	2,0794	101,893	64	3136
10	25	250	2,50	2,3026	57,5646	100	2500
	100	758	16,29	6,8669	195,0569		6252

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{758}{100} = 7,5800$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{16,3} = 6,138$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{195,0569}{100} = 1,9506 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 7,0327$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{50^\circ} = \text{mediana} = X_{51^\circ} : \mathbf{me = 8}$$

$$\mathbf{moda = 8}$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 6252/100 - 7,58^2 = 5,0636$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
5	15	75	25	225
6	24	144	36	576
10	40	400	100	1600
12	59	708	144	3481
33	138	1327	305	5882

Sui dati presentati in tabella calcolare:

- i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$;
- il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
- giudicare la bontà di accostamento.

a) Calcolo dei parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$:

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{33}{4} = 8,25$$

$$M(Y) = \frac{138}{4} = 34,5$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{1327}{4} - 8,25 * 34,5 = 47,1250$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{305}{4} - 8,25^2 = 8,1875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{47,125}{8,1875} = 5,7557$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 34,5 - (5,7557) * 8,25 = -12,9847$$

b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:

$$r = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)}$$

$$V(Y) = \frac{5882}{4} - 34,5^2 = 280,2500$$

$$\sigma(Y) = \text{RADQ}(280,25) = 16,7407$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(8,1875) = 2,8614$$

$$r = \frac{47,125}{16,7407 * 2,8614} = 0,9838 \quad \text{Si registra una forte relazione lineare diretta}$$

c) Giudicare la bontà di accostamento:

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$$r^2 = (0,9838)^2 = 0,9678$$

Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,4$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,1296
1	0,3456
2	0,3456
3	0,1536
4	0,0256
	1

$$\text{Media} = np = 1,6$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,96$$

ESERCIZIO 4

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
```

```
marca=c("Apple", "Huawei", "LG")
```

```
pezzi=c(100, 35, 60)
```

```
vendite=data.frame(marca, pezzi)
```

```
# CREO LA COLONNA DELLE PERCENTUALI
```

```
tot_pezzi=sum(pezzi)
```

```
perc=pezzi/tot_pezzi
```

```
vendite=data.frame(vendite, perc)
```

```
# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
```

```
barplot(pezzi, names.arg=marca)
```

```
# GRAFICO A TORTA DELLE PERCENTUALI
```

```
pie(perc, labels=marca)
```

ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
```

```
voti=c(21, 24, 26, 23, 19, 20, 25, 27, 26, 26)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
```

```
# H0: mu=24          H1: mu!=24
```

```
t.test(voti, mu=24, alternative="two.sided", conf.level=0.95)
```

```
# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.7451) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
```

```
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 21.67526 E 25.72474
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 24/06/2016

Traccia C

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- la varianza.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
6	12	72	2,00	1,7918	21,5011	36	432
8	15	120	1,88	2,0794	31,1916	64	960
10	20	200	2,00	2,3026	46,0517	100	2000
11	3	33	0,27	2,3979	7,1937	121	363
	50	425	6,15	8,5717	105,9381		3755

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica e geometrica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{425}{50} = 8,5000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{50}{6,1} = 8,133$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{105,9381}{50} = 2,1188 \quad Mg(X) = e^{1,6551} = 8,3208$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{25^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{26^\circ} : \text{me} = 8$$

$$\text{moda} = 10$$

c) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 3755/50 - 8,5^2 = 2,8500$$

ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
1	15	15	1	225
5	40	200	25	1600
7	59	413	49	3481
10	72	720	100	5184
23	186	1348	175	10490

Sui dati presentati in tabella calcolare:

- i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$;
- il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
- giudicare la bontà di accostamento.

a) Calcolo dei parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$:

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{23}{4} = 5,75$$

$$M(Y) = \frac{186}{4} = 46,5$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{1348}{4} - 5,75 * 46,5 = 69,6250$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{175}{4} - 5,75^2 = 10,6875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{69,625}{10,6875} = 6,5146$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 46,5 - (6,5146) * 5,75 = 9,0409$$

b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:

$$r = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)}$$

$$V(Y) = \frac{10490}{4} - 46,5^2 = 460,2500$$

$$\sigma(Y) = \text{RADQ}(460,25) = 21,4534$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(10,6875) = 3,2692$$

$$r = \frac{69,625}{21,4534 * 3,2692} = 0,9927 \quad \text{Si registra una forte relazione lineare diretta}$$

c) Giudicare la bontà di accostamento:

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$$r^2 = (0,9927)^2 = 0,9855$$

Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,2$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,4096
1	0,4096
2	0,1536
3	0,0256
4	0,0016
	1

$$\text{Media} = np = 0,8$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,64$$

ESERCIZIO 4

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
marca=c("Samsung", "LG", "Xiaomi")
pezzi=c(50, 30, 20)
vendite=data.frame(marca, pezzi)
```

```
# CREO LA COLONNA DELLE PERCENTUALI
tot_pezzi=sum(pezzi)
perc=pezzi/tot_pezzi
vendite=data.frame(vendite, perc)
```

```
# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
barplot(pezzi, names.arg=marca)
```

```
# GRAFICO A TORTA DELLE PERCENTUALI
pie(perc, labels=marca)
```

ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
voti=c(28, 22, 26, 25, 26, 19, 28, 29, 30, 26)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=26          H1: mu!=26
t.test(voti, mu=26, alternative="two.sided", conf.level=0.95)
```

```
# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.9261) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 23.52863 E 28.27137
```


ESERCIZIO 2

X	Y	X * Y	X ²	Y ²
0	69	0	0	4761
4	40	160	16	1600
6	29	174	36	841
9	18	162	81	324
19	156	496	133	7526

Sui dati presentati in tabella calcolare:

- i parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$;
- il coefficiente di correlazione lineare, commentandolo brevemente;
- giudicare la bontà di accostamento.

a) Calcolo dei parametri della retta interpolante $Y'=a+bX$:

Calcolo attraverso le formule dirette (ma si poteva anche sviluppare il sistema):

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} \quad a = M(Y) - bM(X)$$

$$M(X) = \frac{19}{4} = 4,75$$

$$M(Y) = \frac{156}{4} = 39$$

$$\text{Cov}(X;Y) = M(X*Y) - M(X)*M(Y) = \frac{496}{4} - 4,75 * 39 = -61,2500$$

$$V(X) = M(X^2) - M(X)^2 = \frac{133}{4} - 4,75^2 = 10,6875$$

$$b = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{V(X)} = \frac{-61,25}{10,6875} = -5,7310$$

$$a = M(Y) - bM(X) = 39 - (-5,731) * 4,75 = 66,2222$$

b) Calcolo del coefficiente di correlazione lineare e suo breve commento:

$$r = \frac{\text{Cov}(X;Y)}{\sigma(X) \sigma(Y)}$$

$$V(Y) = \frac{7526}{4} - 39^2 = 360,5000$$

$$\sigma(Y) = \text{RADQ}(360,5) = 18,9868$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(10,6875) = 3,2692$$

$$r = \frac{-61,25}{18,9868 * 3,2692} = -0,9868 \quad \text{Si registra una forte relazione lineare indiretta}$$

c) Giudicare la bontà di accostamento:

Per giudicare la bontà di accostamento del modello teorico, calcolo il coefficiente di determinazione:

$$r^2 = (-0,9868)^2 = 0,9737$$

Il modello teorico spiega in maniera ottima la variabilità delle frequenze osservate.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,6$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0256
1	0,1536
2	0,3456
3	0,3456
4	0,1296
	1

$$\text{Media} = np = 2,4$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,96$$

ESERCIZIO 4

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
marca=c("LG", "Apple", "Mediacom")
pezzi=c(40, 68, 15)
vendite=data.frame(marca, pezzi)
```

```
# CREO LA COLONNA DELLE PERCENTUALI
tot_pezzi=sum(pezzi)
perc=pezzi/tot_pezzi
vendite=data.frame(vendite, perc)
```

```
# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
barplot(pezzi, names.arg=marca)
```

```
# GRAFICO A TORTA DELLE PERCENTUALI
pie(perc, labels=marca)
```

ESERCIZIO 5

```
# CREO I VETTORI DEI DATI
voti=c(20, 21, 28, 30, 25, 27, 28, 30, 30, 28)
```

```
# EFFETTUO IL TEST BILATERALE PER VERIFICARE LE IPOTESI:
# H0: mu=27          H1: mu!=27
t.test(voti, mu=27, alternative="two.sided", conf.level=0.95)
```

```
# POICHE' IL LIVELLO DI SIGNIFICATIVITA' (0.05) E' MINORE DEL P-VALUE CALCOLATO (0.7993) SI ACCETTA L'IPOTESI NULLA
# L'INTERVALLO DI CONFIDENZA PER LA MEDIA E' COMPRESO FRA 24.10865 E 29.29135
```