

LEZIONI DI STATISTICA MEDICA

Dott. SIMONE ACCORDINI

Lezione n.7

- Misure di posizione: media aritmetica



Sezione di Epidemiologia & Statistica Medica
Università degli Studi di Verona

MEDIA ARITMETICA

La media aritmetica di una distribuzione di frequenza è la somma dei **valori osservati** diviso il **numero totale delle osservazioni**

→ **misura dell'intensità media del fenomeno**

Formalmente: siano (x_1, x_2, \dots, x_n) le osservazioni della variabile X su un campione di n unità statistiche, allora

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

esempio:
(8 osservazioni)

5	16	13	27	11	5	13	13
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8

$$\bar{x} = (5+16+13+27+11+5+13+13)/8 = 103/8 = 12.9$$



MEDIA ARITMETICA PONDERATA

Se più unità statistiche presentano lo stesso valore

⇒ la media aritmetica può essere calcolata moltiplicando quel valore per la frequenza con cui compare nella distribuzione

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i n_i}{n} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n}$$



k = numero di valori differenti osservati

x_i = i -esimo valore osservato

n_i = frequenza corrispondente al valore x_i → PESO



Nel caso di variabili quantitative continue, i dati sono spesso organizzati in classi per una migliore sintesi descrittiva

Distribuzione del FEV₁
(cl/sec) in 54 soggetti
maschi di età 20-44 anni
(indagine *European
Community Respiratory
Health Survey* - ECRHS)



	n_i
[223 – 270.25)	0
[270.25 – 317.5)	3
[317.5 – 364.75)	9
[364.75 – 412)	10
[412 – 459.25)	14
[459.25 – 506.5)	8
[506.5 – 553.75)	7
[553.75 – 601]	3
TOTALE	54



Distribuzione del FEV₁ (cl/sec) in 54 soggetti maschi di età 20-44 anni (ECRHS)

Per il calcolo della media ponderata, le osservazioni di una classe si assumono coincidenti con il **valore centrale della classe**

punto centrale della 1^a classe:
(223+270.25)/2

	x_i	n_i	$x_i n_i$
[223 – 270.25)	246.625	0	0
[270.25 – 317.5)	293.875	3	881.625
[317.5 – 364.75)	341.125	9	3070.125
[364.75 – 412)	388.375	10	3883.750
[412 – 459.25)	435.625	14	6098.750
[459.25 – 506.5)	482.875	8	3863
[506.5 – 553.75)	530.125	7	3710.875
[553.75 – 601]	577.375	3	1732.125
TOTALE		54	23240.25

$$\bar{x} = (x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_8 n_8) / n = 23240.25 / 54 = 430.375 \text{ cl/s}$$



La media aritmetica gode di diverse proprietà, la principale dal punto di vista applicativo (prima proprietà) è legata al concetto di **SCARTO**:

la **somma algebrica** degli scarti delle osservazioni dalla loro media aritmetica è pari a **zero**



$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \underbrace{(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x})}_{\text{scarto (distanza) della prima osservazione dalla media}} = 0$$

scarto (distanza) della prima osservazione dalla media

⇒ media aritmetica = **punto 'centrale' della distribuzione**



Verifica empirica della prima proprietà:

FEV ₁	x _i	n _i	(x _i - \bar{x})n _i
[223 - 270.25)	246.625	0	0
[270.25 - 317.5)	293.875	3	-409.5
[317.5 - 364.75)	341.125	9	-803.25
[364.75 - 412)	388.375	10	-420
[412 - 459.25)	435.625	14	73.5
[459.25 - 506.5)	482.875	8	420
[506.5 - 553.75)	530.125	7	698.25
[553.75 - 601]	577.375	3	441
TOTALE		54	0

$$-409.5 = (293.875 - 430.375) \times 3$$

$$\bar{x} = 430.375 \text{ cl/s}$$

media ponderata

scarti negativi

scarti positivi

la somma algebrica degli scarti delle osservazioni dalla loro media aritmetica è pari a zero



QUALE MISURA DI POSIZIONE UTILIZZARE?



TIPO DI VARIABILE	OPERAZIONI CONSENTITE	MODA	MEDIANA	MEDIA
nominale	= ≠	Sì	No	No
ordinale	= ≠ < >	Sì	Sì	No
quantitativa	= ≠ < > - + (/ *)	Sì	Sì	Sì



CONFRONTO TRA LE MISURE DI POSIZIONE PER UNA VARIABILE QUANTITATIVA

esempio:

durata della degenza ospedaliera
di 9 individui (in giorni)



CAMPIONE 4 5 12 3 4 4 95 8 6

Moda = 4

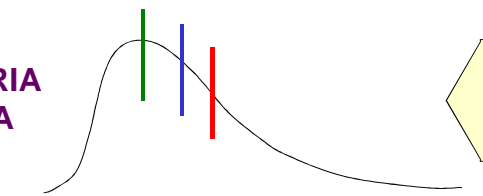
Mediana = 5

Media = 15.7 (senza il soggetto *outlier* sarebbe 5.7)

La media aritmetica è poco "robusta" in presenza di
valori anomali (outliers)!

RELAZIONE TRA MODA, MEDIANA E MEDIA ARITMETICA

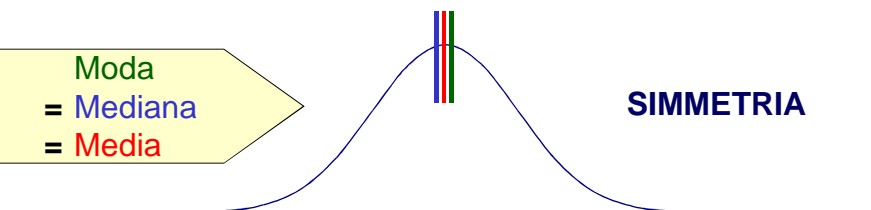
ASIMMETRIA
POSITIVA



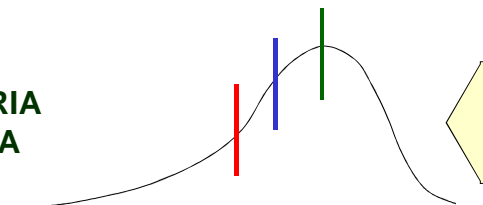
Moda
< Mediana
< Media

Moda
= Mediana
= Media

SIMMETRIA



ASIMMETRIA
NEGATIVA



Moda
> Mediana
> Media

CONFRONTO TRA LE MISURE DI POSIZIONE PER UNA VARIABILE QUANTITATIVA

MODA

MEDIANA

MEDIA ARITMETICA

Buona misura quando
un valore ha
una frequenza relativa
molto elevata

Buona misura con
distribuzioni asimmetriche
(es. *tempo di
sopravvivenza*)

Buona misura con
distribuzioni
simmetriche (es. *molti
parametri biologici*)



Facile da trattare
matematicamente

Utilizza tutta
l'informazione
contenuta nei dati



Dipende dal
raggruppamento
arbitrario dei dati

Difficile da trattare
matematicamente

E' inaffidabile in caso
di distribuzioni
asimmetriche