

Verona, 24 febbraio 2011

ANALISI MATEMATICA II
per Informatica

Candidato: _____ **Matricola:** _____

Esercizio 1 (a) Determinare la curvatura della curva piana $y = e^x$ in x .
(b) Determinare l'equazione dell'evolvente (ossia la curva descritta dal centro di curvatura) di questa curva. Che cosa si osserva?

Esercizio 2 Sia $f(x, y) = xy^2 - x^2y^4$ ed S la superficie di equazione $z = f(x, y)$.
(a) Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva di livello passante per il punto $Q = (1, 1)$ nel punto Q .
(b) Determinare tutti i punti critici di f e provare che i punti che giacciono sulla curva di equazione $x = \frac{1}{2y^2}$ sono di massimo assoluto.
(c) Determinare i punti di massimo e minimo assoluti di $f(x, y)$ nel quadrato:

$$-1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1.$$

Esercizio 3 Si consideri il campo vettoriale:

$$\mathbf{F} = z\mathbf{i} + y\mathbf{j} + x\mathbf{k}.$$

(a) Calcolare il lavoro compiuto dal campo \mathbf{F} lungo l'arco di curva

$$r(t) : \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \\ z = 3t \end{cases}$$

con $0 \leq t \leq 2\pi$, e percorso nel verso delle t crescenti.

(b) \mathbf{F} è conservativo? Se sì, determinare una funzione potenziale e utilizzarla per verificare il risultato del punto (a).
(c) Calcolare la lunghezza dell'arco di curva definito in (a).

Esercizio 4 Sia V il solido definito da:

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

(a) Descrivere la frontiera e calcolare il volume di V (si ricorda che $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ è la superficie che si ottiene dalla rotazione di $z = 2 - |x|$ attorno l'asse z).
(b) Calcolare il flusso totale di $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ uscente da V ed il flusso uscente attraverso ogni superficie che forma la frontiera di V . Quale teorema conviene usare?

Esercizio 5 Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$(a) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - e^{-y/x}$$

$$(b) \quad y'' + 2y' + y = \sin x$$