

Esercizio 9.1 La determinazione del montante

Al fine della determinazione del montante è necessario determinare il tasso mensile equivalente al tasso annuale dato ($r=2\%$).

Il tasso mensile equivalente al tasso annuale dato si ottiene dalla seguente:

$$r_k = \sqrt[k]{1+r} - 1$$

$$r_{12} = \sqrt[12]{1+2\%} - 1 = 0,165\%$$

Il montante dei 12 versamenti mensili equivale al montante di una rendita a rate costanti ($C=300$) posticipate "temporanea" di durata uguale a 12 mesi ($N=12$)

$$M = C \times \frac{(1+r)^N - 1}{r}$$

$$M = 300 \times \frac{(1 + 0,165\%)^{12} - 1}{0,165\%} = 3632,92 \text{ €}$$

Il montante al termine dei 12 mesi, pari a 3632,92 €, non sarà dunque sufficiente a coprire le spese previste per il viaggio (4000 €)

Esercizio 9.2

1. Per determinare il punto di pareggio è necessario uguagliare il valore attuale dei costi al valore attuale dei ricavi ($VAN = 0$)

$$\begin{aligned} \text{Valore attuale costi} &= \text{valore attuale rendita temporanea a rate costanti posticipate} \\ &= C/r - C/(r \times (1+r)^N) = 24/8\% - 24/(8\%(1+8\%)^9) = 300 - 150,075 = 149,925 \text{ mln di \$} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Valore attuale ricavi} &= \text{valore attuale rendita perpetua a rate costanti (attualizzata di 10 periodi)} \\ &= R/r \times 1/(1+r)^N = R/8\% \times 1/(1+8\%)^{10} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 149,925 \text{ mln} &= R/8\% \times 1/(1+8\%)^{10} \\ R &= 25,894 \text{ mln \$} \end{aligned}$$

2. Se le tariffe aumentano del 4% annuo allora il valore attuale dei ricavi è pari al valore attuale di una rendita a rate crescenti in progressione geometrica al tasso del 4%

$$\text{Valore attuale ricavi} = R/(r-g) \times 1/(1+r)^N = R/(8\%-4\%) \times 1/(1+8\%)^{10}$$



$$\begin{aligned} 149,925 \text{ mln} &= R/(8\%-4\%) \times 1/(1+8\%)^{10} \\ R &= 12,947 \text{ mln \$} \end{aligned}$$

Esercizio 9.3 Il calcolo del TIR, del VAN e dell'indice di redditività

Quesito 1

Il TIR del progetto A si ottiene uguagliando il valore attuale dei flussi di cassa in entrata al valore attuale dei flussi di cassa in uscita:

$$5.000 = 3.500/(1+i) + 3.000/(1+i)^2$$

$$10 = 7/(1+i) + 6/(1+i)^2$$

$$10(1+i)^2 = 7(1+i) + 6$$

$$10(1+2i+i^2) = 7+7i+6$$

$$10i^2 + 13i - 3 = 0$$

$$i_{1/2} = (-13 \pm \sqrt{289})/20 = (-13 \pm 17)/20$$

$$i_1 = (-13 - 17)/20 = -1 \text{ non accettabile}$$

$$i_2 = (-13 + 17)/20 = 4/20 = 0.2 = 20\% \rightarrow \text{TIR (A)} = 20\%$$

Si procede analogamente per il calcolo del TIR del progetto B:

$$100.000 = 65.000/(1+i) + 65.000/(1+i)^2$$

Calcolando il minimo comune denominatore e semplificando si ottiene:

$$20i^2 + 27i - 6 = 0$$

$$i_1 = (-27 - 34,77)/40 = -1,54 \text{ non accettabile}$$

$$i_2 = (-27 + 34,77)/40 = 0,1942 = 19,42\% \rightarrow \text{TIR (B)} = 19,42\%$$

Dal confronto dei due TIR emerge $\text{TIR (A)} > \text{TIR (B)}$ e dunque risulta più conveniente il progetto A.

Quesito 2

Il VAN del progetto incrementale si ottiene attualizzando i flussi incrementali ottenuti sottraendo ai flussi di cassa del progetto "più costoso" (B) i flussi di cassa del progetto "meno costoso" (A).

Epoche (anni)	0	1	2
B	-100.000	65.000	65.000
A	-5.000	3.500	3.000
B-A	-95.000	61.500	62.000

Dato $r = 15\%$

$$\text{VAN} = -95.000 + 61.500/(1+15\%) + 62.000/(1+15\%)^2$$

$$\text{VAN} = 5.359,17 \text{ €}$$

Dato che il VAN del progetto incrementale è maggiore di zero, il progetto incrementale crea ricchezza e dovrebbe essere intrapreso; in altri termini sulla base del criterio del VAN conviene intraprendere il progetto B in quanto, seppure più costoso, presenta un maggiore VAN.

Quesito 3

Per calcolare l'indice di redditività dei progetti è necessario determinare dapprima il VAN di ciascun progetto:

$$VAN_A = -5.000 + 3.500/(1+15\%) + 3.000/(1+15\%)^2 = 311,91 \text{ €}$$

$$VAN_B = -100.000 + 65.000/(1+15\%) + 65.000/(1+15\%)^2 = 5.671,07 \text{ €}$$

$$IR_A = 1 + VAN_A / (\text{valore assoluto } CF_0) = 1 + 311,91/5.000 = 1,062$$

$$IR_B = 1 + VAN_B / (\text{valore assoluto } CF_0) = 1 + 5.671,07/100.000 = 1,057$$

Entrambi i progetti hanno $IR > 1$ (infatti entrambi i progetti hanno $VAN > 0$). Tuttavia anche se $IR_A > IR_B$ non è possibile affermare che il progetto A è più conveniente, in quanto l'IR non fornisce alcuna indicazione circa l'ammontare della ricchezza creata o distrutta. Per scegliere tra i due progetti alternativi sarebbe dunque necessario determinare i cash flow incrementali e accettare il progetto di maggiore dimensione se l'IR del progetto incrementale risulta non inferiore a 1.

Esercizio 9.4 La redditività di un progetto

Quesito 1

Il prezzo minimo del pedaggio che rende il progetto redditizio è quel prezzo che rende nullo il VAN del progetto:

$$\text{costo dell'investimento iniziale} = \text{valore attuale ricavi al netto dei costi di gestione (1)}$$

$$\text{costo dell'investimento iniziale} = 551.800.000 \text{ €}$$

$$\text{ricavi annui} = \text{prezzo del pedaggio} \times \text{numero di veicoli al giorno} \times \text{numero di giorni in un anno}$$

$$\text{ricavi annui} = p \times 18.000 \times 365$$

sapendo che i costi di gestione sono pari al 70% dei ricavi, allora i ricavi netti annui sono pari a:

$$\text{ricavi netti annui} = \text{ricavi annui} - \text{costi di gestione} = \text{ricavi annui} - 70\% \text{ ricavi annui} = 30\% \text{ ricavi annui} =$$

$$= 30\% \times p \times 18.000 \times 365$$

Essendo la concessione perpetua, il valore attualizzato dei ricavi netti annui si ottiene applicando la formula della rendita perpetua a rate costanti, con $i = 10\%$:

$$\text{valore attuale ricavi netti} = (30\% \times p \times 18.000 \times 365)/10\%$$

Sostituendo alla (1) e risolvendo per p si ottiene:

$$551.800.000 = (30\% \times p \times 18.000 \times 365)/10\%$$

$$p = 28 \text{ €}$$

Quesito 2

Il valore attuale dei costi è il valore attuale di una rendita di durata ventennale a rate costanti anticipate pari a 28 milioni di € (C)

$$\text{valore attuale costi} = C + C \times (1-(1+r)^{-N})/r = 28000 + 28000 \times (1-(1+10\%)^{-19})/10\% = 262217,76 \text{ mila €}$$

Il valore attuale dei ricavi è il valore attuale di una rendita a rate costanti di durata ventennale; l'importo della rata è pari all'ammontare dei ricavi al netto dei costi di gestione ($R = 30\% \times 18000 \times 365 \times p$)

valore attuale ricavi al netto dei costi di gestione =

$$= R \times (1-(1+r)^{-N})/r = (30\% \times 18000 \times 365 \times p) \times (1-(1+10\%)^{-20})/10\% = 1971000p \times 8,5136$$



Valore attuale costi = valore attuale netto ricavi

$$262217,76 \text{ mila} = 1971000p \times 8,5136$$

$$p = 0,01563 \text{ mila €} = 15,63 \text{ €}$$

Esercizio 9.5

Tra i due macchinari A e B, dato che gli stessi producono identici flussi di reddito, sarà scelto il macchinario il cui costo attualizzato risulta inferiore. Tuttavia data la diversa vita utile non è sufficiente confrontare il valore attuale dei costi all'epoca 0, ma è necessario calcolare il costo annuo equivalente di due macchinari, e scegliere dunque il macchinario con il minore CAE.

Valore attuale costi del macchinario A =

$$\begin{aligned} &= 35000 + 600/(1+8\%) + 600/(1+8\%)^2 + 600/(1+8\%)^3 + 600/(1+8\%)^4 + 600/(1+8\%)^5 = \\ &= 35000 + 600 \times (1-(1+8\%)^{-5})/8\% = \\ &= 37395,63 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\text{CAE macchinario A} = \frac{\text{Valore attuale costi A}}{\frac{1 - (1+r)^{-N}}{r}} =$$

$$= 37395,63 / (1-(1+8\%)^{-5})/8\% = 37395,63 / 3,9927 = 9366 \text{ €}$$

Valore attuale costi del macchinario B =

$$\begin{aligned} &= 42000 + 450/(1+8\%) + 450/(1+8\%)^2 + \dots + 450/(1+8\%)^7 = \\ &= 42000 + 450 \times (1-(1+8\%)^{-7})/8\% = \\ &= 44342,87 \text{ €} \end{aligned}$$

$$\text{CAE macchinario B} = 44342,87 / (1-(1+8\%)^{-7})/8\% = 44342,87 / 5,2064 = 8516,99 \text{ €}$$

Dato che $\text{CAE B} < \text{CAE A}$ risulta più conveniente acquistare il macchinario B.