

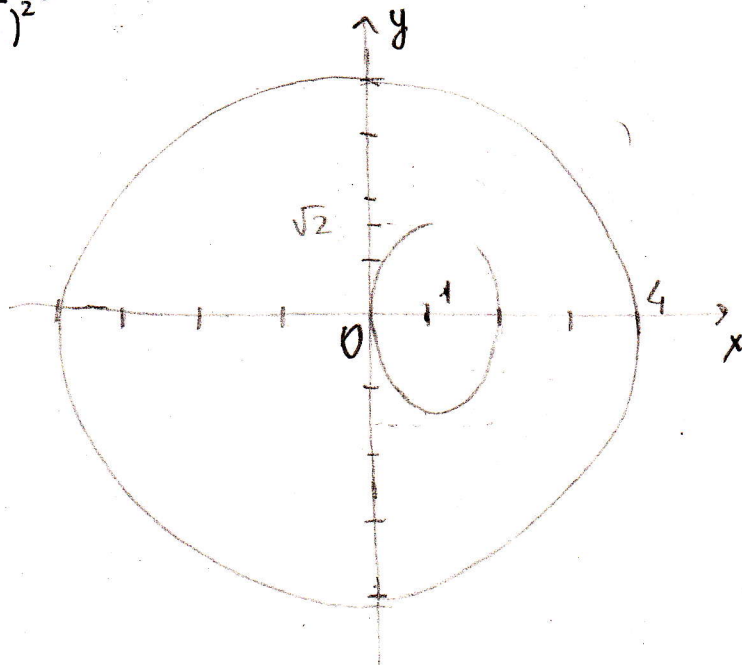
EX2) Data la funzione $2(x-1)^2 + y^2 = f(x,y)$ e la curva vincolo di equazione $g(x,y) = x^2 + y^2 - 16 = 0$

a) Rappresentare sul piano cartesiano la curva vincolo e la curva di livello della funzione f di equazione $f(x,y) = 2$.

Ris vincolo $g(x,y) = x^2 + y^2 - 16 = 0$ $x^2 + y^2 = 4^2$ circonferenza di centro $(0,0)$ e raggio $r=4$

curva di livello $f(x,y) = 2$ $2(x-1)^2 + y^2 = 2$

$(x-1)^2 + \frac{y^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$ ellisse di centro $(1,0)$ e semiasse $a=1$, $b=\sqrt{2}$



b) Scrivere la lagrangiana e determinare gli eventuali punti critici attraverso le condizioni di Lagrange

$$L(x,y,\lambda) = f(x,y) - \lambda g(x,y) = 2(x-1)^2 + y^2 - \lambda(x^2 + y^2 - 16)$$

$$L_x \begin{cases} 4(x-1) - 2\lambda x = 0 \\ 2(x-1) - \lambda x = 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} 2x - 2 - x = 0 \rightarrow x = 2 \\ \lambda = 1 \\ y^2 = 16 - 4 = 12 \end{cases}$$

$$L_y \begin{cases} 2y - 2\lambda y = 0 \\ y(1-\lambda) = 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} 2(-5) + 4\lambda = 0 \rightarrow \lambda = \frac{5}{2} \\ y = 0 \\ x = -4 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = 2 \\ \lambda = 1 \\ y = +2\sqrt{3} \end{cases}$$

punti critici:

$$(4, 0, \frac{3}{2}) \quad (-4, 0, \frac{5}{2}) \quad (2, 2\sqrt{3}, 1) \quad (2, -2\sqrt{3}, 1)$$