

FOGLIO 1

ALGEBRA LINEARE CON ELEMENTI DI GEOMETRIA

Da consegnare Lunedì 16 novembre all'inizio della lezione.

- Esercizio 1** (Punti 2+2+2+2). (1) Si completi la tavola della moltiplicazione in S_3 .
(2) Si dimostri che S_3 ha tre sottogruppi distinti che sono isomorfi al gruppo $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +)$.
(3) Quanti sono i sottogruppi di S_3 che sono isomorfi a $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}, +)$?
(4) Si completi la tavola della moltiplicazione nel gruppo di Klein \mathcal{V} .

- Esercizio 2** (Punti 2+2). Si consideri il numero complesso $z = \frac{1-3i}{1+i}$
(1) Si scriva z in forma algebrica.
(2) Si scriva z in forma trigonometrica.

- Esercizio 3** (Punti 6). Si disegnino nel piano cartesiano i punti z_1, z_2, z_3 corrispondenti alle soluzioni dell'equazione

$$z^3 + 8i = 0.$$

e calcolare l'area della figura di vertici z_1, z_2, z_3 .

- Esercizio 4** (Punti 2). \ominus Si dimostri che le radici n-sime di 1 formano un sottogruppo H del gruppo moltiplicativo $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ tale che $H \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

N.B.

Il simbolo \ominus denota esercizi giudicati **difficile**.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate