Prof. Francesca Mantese
Università di Verona, 2018/2019
Corso di Laurea in Matematica Applicata

Esercizi per il Corso di
ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA

Foglio 3
17 Novembre 2018

1. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{C}$, la decomposizione LU o $P^{-1}LU$ della matrice

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(6 punti)

2. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{C}$, la decomposizione LU o $P^{-1}LU$ della matrice

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 & \alpha \\ \alpha+1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -\alpha & 2 & 1-\alpha \end{bmatrix}$$

(6 punti)

3. Al variare di $\alpha \in \mathbb{C}$ discutere l'invertibilità della matrice

$$A_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & -2\alpha & -3 \\ 0 & \alpha & -1 \\ 1 & 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

Determinare l'inversa di A_1.

(6 punti)

4. Una matrice $M \in M_{n\times n}(\mathbb{C})$ si dice scalare se esiste $\lambda \in \mathbb{C}$ tale che $M = \lambda I$, dove I è la matrice identità $n \times n$.
   (a) Sia dia un esempio di una matrice scalare 3×3.
   (b) Sia M una matrice scalare 3×3. Si verifichi che, per ogni matrice $A \in M_{3\times 3}(\mathbb{C})$, si ha $MA = AM$
   (c) Dimostrare che $XA = AX$ per ogni $A \in M_{2\times 2}(\mathbb{C})$ se e solo se X è una matrice scalare.

(8 punti)

5. Siano E_{ij} e $E_{ij}(\alpha)$ le matrici elementari 4×4 come definite a lezione. Dimostrare che, per ogni $1 \leq s < i < j \leq 4$, si ha

$$E_{ij}\, E_{js}(\alpha) = E_{is}(\alpha)\, E_{ij}$$

(4 punti)

Consegna: Venerdì 24 Novembre.