

EX 2

$$\text{Si } y^{(3)} - 2y^{(2)} + 5y' = 0$$

a) classificare l'eq. differenziale

b) determinare l'integrale generale

c) trovare, se esistono, tutte le soluzioni t.c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ris $y^{(3)} - 2y^{(2)} + 5y' = 0$ equazione differenziale lineare, omogenea, a coefficienti costanti, di III ordine

$$\text{p.c. } \lambda^3 - 2\lambda^2 + 5\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda^2 - 2\lambda + 5) = 0$$

radici $\lambda = 0$ semplice

$$\lambda = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 5}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{2 \pm i4}{2} = 1 \pm 2i \text{ complessi coniugati}$$

$$\lambda = 0 \mapsto e^{0 \cdot x} = 1, \quad \lambda = 1 \pm 2i \mapsto e^x \cos 2x, e^x \sin 2x$$

integrali generali:

$$y(x) = c_1 + c_2 e^x \cos 2x + c_3 e^x \sin 2x \quad c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} c_1 + c_2 e^x \cos 2x + c_3 e^x \sin 2x = c_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

quindi le soluzioni t.c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ sono

$$y(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} + c_2 e^x \cos 2x + c_3 e^x \sin 2x \quad c_2, c_3 \in \mathbb{R}$$