



Esercitazione n. 2 del 19/04/2016

Docente: Bruno Gobbi

ESERCIZI SULLE PROBABILITA'

1) Da un mazzo di carte si estrae a caso una carta. Qual è la probabilità di estrarre una carta di fiori?

$$P(\text{fiori}) = 13/52 = 0,25$$

E quella di estrarre una carta di quadri?

$$P(\text{quadri}) = 13/52 = 0,25$$

Qual è la probabilità di estrarre una figura?

$$P(\text{figura}) = (3+3+3+3)/52 = 0,23$$

Quant'è la probabilità di estrarre una carta di fiori o di quadri?

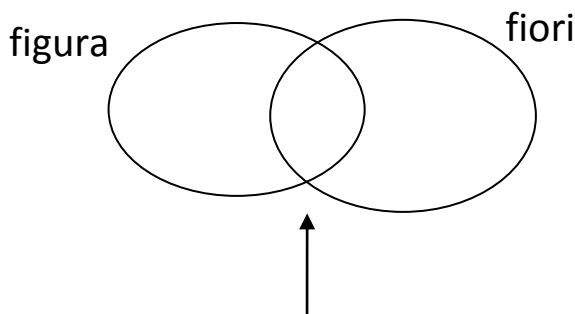
$$P(\text{fiori} \cup \text{quadri}) = P(\text{fiori}) + P(\text{quadri}) = 0,25 + 0,25 = 0,5$$

Qual è la probabilità di estrarre una carta di fiori che sia anche una figura?

$$P(\text{fiori} \cap \text{figura}) = 3/52 = 0,058$$

E quella di estrarre una figura o una carta di fiori?

$$P(\text{figura} \cup \text{fiori}) = P(\text{figura}) + P(\text{fiori}) - P(\text{fiori} \cap \text{figura}) = 0,23 + 0,25 - 0,058 = 0,422$$



Occorre togliere l'intersezione perché
si tratta di eventi compatibili



2) Una azienda produttrice di auto possiede 3 stabilimenti in Italia: uno a Milano, uno a Roma e uno a Napoli che producono rispettivamente il 50%, il 30% e il 20% del totale.

Un'indagine sulla qualità dei prodotti ha appurato che i 3 stabilimenti presentano percentuali di macchine difettose pari a 1%, 5% e 10% rispettivamente.

Determinare la probabilità che un'auto, scelta a caso dalla produzione, sia difettosa.

Dai dati di input si ricava che:

$$P(M) = 0,5$$

$$P(R) = 0,3$$

$$P(N) = 0,2$$

Inoltre sappiamo che:

$$P(D/M) = 0,01$$

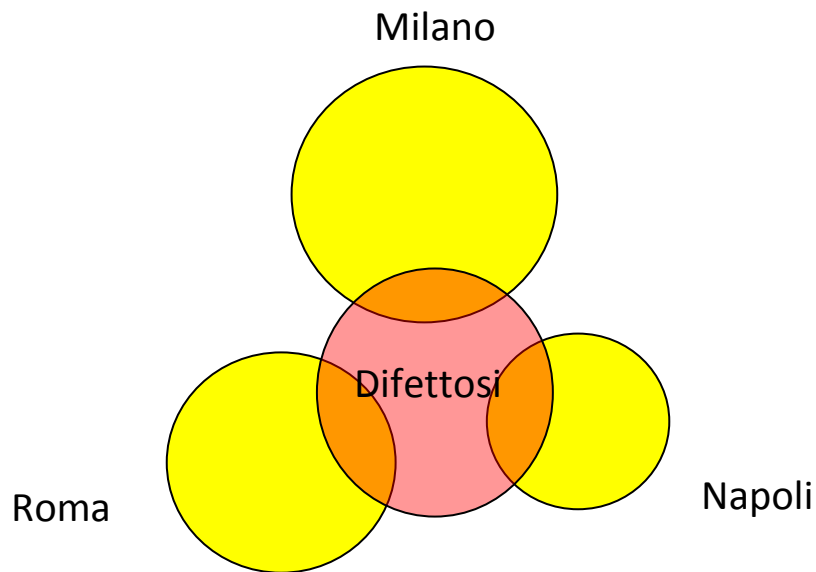
$$P(D/R) = 0,05$$

$$P(D/N) = 0,1$$

Dobbiamo calcolare la probabilità di avere un prodotto difettoso, quindi $P(D)$.



Da un punto di vista grafico possiamo rappresentare il problema in questo modo:



Poiché si tratta di eventi incompatibili (ad es. un'auto non può essere prodotta contemporaneamente a Milano o a Roma) i 3 insiemi sono disgiunti. Dobbiamo quindi sommare le tre aree in arancione che questi 3 insiemi hanno in comune con l'insieme dei Difettosi.

$$P(D) = P(D \cap M) + P(D \cap R) + P(D \cap N)$$

Sappiamo che la probabilità condizionata di un generico evento A dato che si è verificato l'evento B è pari a:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Possiamo riscrivere la formula di P(D) in questo modo:

$$P(D) = P(D/M) * P(M) + P(D/R) * P(R) + P(D/N) * P(N)$$

che con i dati a nostra disposizione diventa:

$$P(D) = 0,01 * 0,5 + 0,05 * 0,3 + 0,1 * 0,2 = 0,04$$



Qual è la probabilità che un'auto difettosa acquistata a caso sia stata prodotta a Napoli?

Occorre calcolare $P(N/D)$.

Utilizzando la formula di Bayes:

$$P(N/D) = \frac{P(D/N) \cdot P(N)}{P(D)} = \frac{0,1 \cdot 0,2}{0,04} = 0,5$$

Quindi la probabilità che un'auto difettosa sia stata prodotta a Napoli è del 50%.



3) Una fabbrica produce televisori che possono avere 2 difetti, identificabili come D_1 e D_2 e che si possono presentare anche contemporaneamente.

Dall'esperienza passata è noto che la probabilità che l'apparecchio abbia il difetto D_1 , ma non il D_2 , è pari a 0,2.

Inoltre si sa che la probabilità che il prodotto presenti almeno uno dei due difetti è pari a 0,3, mentre la probabilità che li abbia contemporaneamente è di 0,2.

Calcolare la probabilità che il televisore abbia solo il difetto D_1 .

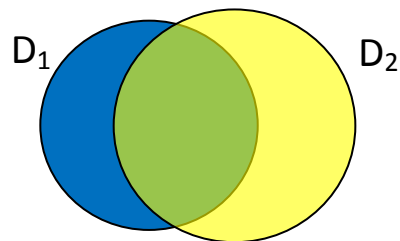
Dai dati dell'esercizio si ricava che:

$$P(D_1 \cap \bar{D}_2) = 0,1$$

$$P(D_1 \cup D_2) = 0,3$$

$$P(D_1 \cap D_2) = 0,2$$

$$P(D_1) = ?$$



La probabilità che il prodotto presenti solo il primo difetto è pari a:

$$P(D_1) = P(D_1 \cap \bar{D}_2) + P(D_1 \cap D_2) = 0,1 + 0,2 = 0,3$$

Qual è la probabilità che il prodotto abbia solo il secondo difetto?

$$P(D_2) = P(D_1 \cup D_2) - P(D_1) + P(D_1 \cap D_2) = 0,3 - 0,3 + 0,2 = 0,2$$

Oppure in altro modo:

$$P(D_2) = P(D_1 \cup D_2) - P(D_1 \cap \bar{D}_2) = 0,3 - 0,1 = 0,2$$

A quanto ammonta la probabilità che il prodotto presenti il difetto D_1 quando riscontrato di non avere il difetto D_2 ?

$$P(D_1/\bar{D}_2) = \frac{P(D_1 \cap \bar{D}_2)}{P(\bar{D}_2)} = \frac{P(D_1 \cap \bar{D}_2)}{(1 - P(D_2))} = \frac{0,1}{(1 - 0,2)} = 0,125$$



4) La tabella seguente riporta uno studio su un gruppo di studenti a cui era stata chiesta la scuola superiore di provenienza e il corso di laurea scelto all'Università.

	Corso Università		
Scuola superiore	Economia	Lettere	Matematica
Ragioneria	150	50	0
Classico	10	70	20
Scientifico	20	30	150

Calcolare la probabilità di aver frequentato il liceo Scientifico.

Per rispondere a questo quesito è opportuno per prima cosa calcolare i subtotali di riga e di colonna della tabella a doppia entrata:

	Corso Università			
Scuola superiore	Economia	Lettere	Matematica	Totale
Ragioneria	150	50	0	200
Classico	10	70	20	100
Scientifico	20	30	150	200
Totale	180	150	170	500

Dalla tabella si evince che gli studenti che hanno frequentato lo Scientifico sono stati 200 su 500, quindi:

$$P(\text{scientifico}) = 200 / 500 = 0,4$$

Qual è la probabilità di essersi iscritti a Matematica?

$$P(\text{Matematica}) = 170 / 500 = 0,34$$

Quant'è la probabilità di provenire da scientifico e di studiare matematica?

$$P(\text{scientifico} \cap \text{matematica}) = 150 / 500 = 0,3$$



Quant'è la probabilità di provenire da scientifico o di studiare matematica?

$$P(\text{scientifico} \cup \text{matematica}) = P(\text{scientifico}) + P(\text{matematica}) - P(\text{scientifico} \cap \text{matematica})$$

$$P(\text{scientifico} \cup \text{matematica}) = 200/500 + 170/500 - 150/500 = 220/500 = 0,44$$

Quant'è la probabilità di studiare matematica dato che si è frequentato lo scientifico?

$$P(\text{matematica} / \text{scientifico}) = \frac{P(\text{matematica} \cap \text{scientifico})}{P(\text{scientifico})}$$

$$P(\text{matematica} / \text{scientifico}) = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$



5) Una ricerca sugli effetti di due tipi di parassiti sul genoma di campione di piante di granoturco ha dato i seguenti risultati:

	No mutazione	Sì mutazione
Parassita A	110	90
Parassita B	100	200

Calcolare la probabilità che una pianta sia stata colpita dal parassita B.

	No mutazione	Sì mutazione	Totale
Parassita A	110	90	200
Parassita B	100	200	300
Totale	210	290	500

Dalla tabella si ricava subito che:

$$P(B) = 300 / 500 = 0,6$$

Calcolare la probabilità per una pianta di essere stati colpiti dal parassita A o di aver subito una mutazione.

$$P(A \cup S) = P(A) + P(S) - P(A \cap S) = 200/500 + 290/500 - 90/500 = 0,8$$

Calcolare la probabilità di aver subito una mutazione dato che è avvenuta l'infezione con il parassita B.

$$P(S/B) = \frac{P(S \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{200}{500}}{\frac{300}{500}} = 0, \bar{6}$$