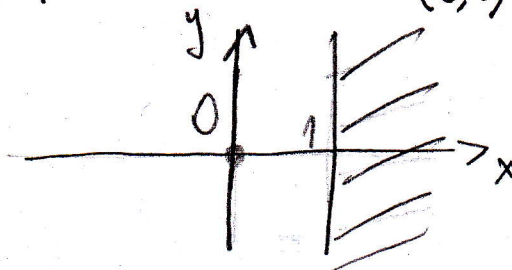


1) Studiare, se \exists , $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$ e se f è continua in $(0,0)$, ove

a) $f(x,y) = \sqrt{x^3 y^2 - x^2 y^2} = \sqrt{x^2 y^2 (x-1)}$



b) $f(x,y) = \frac{\cos(xy) - 1}{x^2 + y^2}$

Def Sia $f: A \subset \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^p$ $x_0 \in A$

se x_0 è un punto ~~di~~ isolato di A , f è continua in x_0

se x_0 è di accumulazione, f è continua in x_0 se $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

a) Sia $f(x,y) = \sqrt{x^2 y^2 (x-1)}$

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 1\} \cup \{x=0\} \cup \{y=0\}$

f è continua in A $\Rightarrow \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y) = f(0,0) = 0$

b) Sia $f(x,y) = \frac{\cos xy - 1}{x^2 + y^2}$

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x,y) \neq (0,0)\} = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

$(0,0) \notin A \Rightarrow f$ non è continua in $(0,0)$

$(0,0)$ è di accumulazione per A

* Calcolo f sugli assi:

$f(x,y) \Big|_{x=0} \equiv 0$

$f(x,y) \Big|_{y=0} \equiv 0$

\Rightarrow il limite, se \exists , vale 0.

Fuori dagli assi: $\frac{\cos xy - 1}{x^2 + y^2} = \frac{\cos xy - 1}{(xy)^2} \cdot \frac{(xy)^2}{x^2 + y^2}$

Per il teorema sui limiti per sostituzione $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos xy - 1}{(xy)^2} = -\frac{1}{2}$