

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 20/07/2018

Traccia A

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- il primo e il terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
1	26	26	26,00	0,0000	0,0000	1	26
5	12	60	2,40	1,6094	19,3133	25	300
8	36	288	4,50	2,0794	74,8599	64	2304
11	26	286	2,36	2,3979	62,3453	121	3146
	<b>100</b>	<b>660</b>	<b>35,26</b>	<b>6,0868</b>	<b>156,5184</b>		<b>5776</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{660}{100} = 6,6000$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{35,3} = 2,8358$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{156,5184}{100} = 1,5652 \quad Mg(X) = e^{1,5652} = 4,7836$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{5776}{100}} = 7,6000$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{50^\circ} = \ll \text{mediana} = \ll X_{51^\circ} : me = 8$$

$$\text{moda} = 8$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{25^\circ} = 1$$

$$Q_3 = X_{75^\circ} = 11$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante triplette di attaccanti possono essere formate nella Juventus usando i 5 giocatori: Cristiano Ronaldo, Gonzalo Higuain, Paulo Dybala, Mario Mandžukić e Federico Bernardeschi (distinguendo anche sulla base della posizione in campo)?*

Calcolo le Disposizioni semplici di 5 elementi in gruppi di 3:

$$D_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

b) *E se in attacco volessi sempre Cristiano Ronaldo?*

Il problema si semplifica calcolando le Disposizioni semplici di 4 elementi in gruppi di 2:

$$D_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{24}{2} = 12$$

### ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,55$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0410
1	0,2005
2	0,3675
3	0,2995
4	0,0915
	1

$$\text{Media} = np = 2,2$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,99$$

### ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:  
dbinom(k, 4, 0.55)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':  
barplot(dbinom(k, 4, 0.55), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

### ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di un farmaco per la pressione del sangue ha dato i seguenti risultati su 5 pazienti (valori in mm/Hg):

<b>PRIMA</b>	130	135	133	132	129
--------------	-----	-----	-----	-----	-----

<b>DOPO</b>	126	128	131	125	115
-------------	-----	-----	-----	-----	-----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività del 5%.

```
# CREO I 2 VETTORI DEI DATI  
PRIMA=c(130, 135, 133, 132, 129)
```

```
DOPO=c(126, 128, 131, 125, 115)
```

```
# EFFETTUO IL TEST PER DATI APPAIATI  
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.95)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 20/07/2018

Traccia **B**

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- il primo e il terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
3	41	123	13,67	1,0986	45,0431	9	369
4	26	104	6,50	1,3863	36,0437	16	416
8	25	200	3,13	2,0794	51,9860	64	1600
10	68	680	6,80	2,3026	156,5758	100	6800
	<b>160</b>	<b>1107</b>	<b>30,09</b>	<b>6,8669</b>	<b>289,6486</b>		<b>9185</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1107}{160} = 6,9188$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{160}{30,1} = 5,3171$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{289,6486}{160} = 1,8103 \quad Mg(X) = e^{1,8103} = 6,1123$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{9185}{160}} = 7,5767$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{80^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{81^\circ} : me = 8$$

$$\text{moda} = 10$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{40^\circ} = 3$$

$$Q_3 = X_{120^\circ} = 10$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante triplete di attaccanti possono essere formate nell'Inter usando i 3 giocatori: Mauro Icardi, Lautaro Martinez e Ivan Perisic (distinguendo sulla base della posizione in campo)?*

Calcolo le Permutazioni semplici di 3 elementi:

$$P_3 = 3! = 6$$

b) *E se in attacco volessi sempre Mauro Icardi?*

Il problema si semplifica calcolando le Permutazioni semplici di 2 elementi:

$$P_2 = 2! = 2$$

### ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,45$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0915
1	0,2995
2	0,3675
3	0,2005
4	0,0410
	1

$$\text{Media} = np = 1,8$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,99$$

### ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:  
dbinom(k, 4, 0.45)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':  
barplot(dbinom(k, 4, 0.45), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

### ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di un farmaco per la pressione del sangue ha dato i seguenti risultati su 5 pazienti (valori in mm/Hg):

<b>PRIMA</b>	141	139	142	125	136
--------------	-----	-----	-----	-----	-----

<b>DOPO</b>	125	114	120	125	112
-------------	-----	-----	-----	-----	-----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività del 5%.

```
# CREO I 2 VETTORI DEI DATI  
PRIMA=c(141, 139, 142, 125, 136)
```

```
DOPO=c(125, 114, 120, 125, 112)
```

```
# EFFETTUO IL TEST PER DATI APPAIATI  
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.95)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 20/07/2018

Traccia C

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;

b) la mediana e la moda;

c) il primo e il terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
1	52	52	52,00	0,0000	0,0000	1	52
2	49	98	24,50	0,6931	33,9642	4	196
9	63	567	7,00	2,1972	138,4251	81	5103
10	36	360	3,60	2,3026	82,8931	100	3600
	<b>200</b>	<b>1077</b>	<b>87,10</b>	<b>5,1930</b>	<b>255,2824</b>		<b>8951</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1077}{200} = 5,3850$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{200}{87,1} = 2,2962$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{255,2824}{200} = 1,2764 \quad Mg(X) = e^{1,2764} = 3,5838$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{8951}{200}} = 6,6899$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{100^\circ} = \leq \text{mediana} = \leq X_{101^\circ} : me = 2$$

$$\text{moda} = 9$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{50^\circ} = 1$$

$$Q_3 = X_{150^\circ} = 9$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *Quante triplette di attaccanti possono essere formate nella Roma usando i 5 giocatori: Edin Dzeko, Patrik Schick, Grégoire Defrel, Ezequiel Ponce e Daniele Verde (a prescindere dall'ordine)?*

Si tratta di un caso di Combinazione semplice di 5 elementi presi in gruppi di 3:

$$C_{5,3} = \binom{5}{3} = 10$$

b) *E se in attacco volessi sempre Daniele Verde?*

Il problema si semplifica calcolando le Combinazioni semplici di 4 elementi presi in gruppi di 2:

$$C_{4,2} = \binom{4}{2} = 6$$

### ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,65$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0150
1	0,1115
2	0,3105
3	0,3845
4	0,1785
	1

$$\text{Media} = np = 2,6$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,91$$

### ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:  
dbinom(k, 4, 0.65)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':  
barplot(dbinom(k, 4, 0.65), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

### ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di un farmaco per la pressione del sangue ha dato i seguenti risultati su 5 pazienti (valori in mm/Hg):

PRIMA	118	140	113	135	133
-------	-----	-----	-----	-----	-----

DOPO	99	120	100	119	131
------	----	-----	-----	-----	-----

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività del 5%.

```
# CREO I 2 VETTORI DEI DATI  
PRIMA=c(118, 140, 113, 135, 133)
```

```
DOPO=c(99, 120, 100, 119, 131)
```

```
# EFFETTUO IL TEST PER DATI APPAIATI  
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.95)
```

# PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 20/07/2018

Traccia D

## ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
- la mediana e la moda;
- il primo e il terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X <sup>2</sup>	X <sup>2</sup> *f
2	22	44	11,00	0,6931	15,2492	4	88
4	31	124	7,75	1,3863	42,9751	16	496
7	41	287	5,86	1,9459	79,7823	49	2009
13	26	338	2,00	2,5649	66,6887	169	4394
	<b>120</b>	<b>793</b>	<b>26,61</b>	<b>6,5903</b>	<b>204,6954</b>		<b>6987</b>

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{793}{120} = 6,6083$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{120}{26,6} = 4,5101$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{204,6954}{120} = 1,7058 \quad Mg(X) = e^{1,7058} = 5,5058$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{6987}{120}} = 7,6305$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{60^\circ} = \ll \text{mediana} = \ll X_{61^\circ} : me = 7$$

$$\text{moda} = 7$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{30^\circ} = 4$$

$$Q_3 = X_{90^\circ} = 7$$

## ESERCIZIO 2

Utilizzare le formule del calcolo combinatorio per rispondere ai seguenti quesiti:

a) *In quante maniere possono classificarsi ai primi 3 posti le principali 10 squadre italiane di Serie A?*

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 3:

$$D_{10,3} = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{3.628.800}{5.040} = 720$$

b) *E se a vincere lo scudetto fosse sempre la Juventus?*

Il problema si semplifica calcolando le Disposizioni semplici di 9 elementi in gruppi di 2:

$$D_{9,2} = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{362.880}{5.040} = 72$$

### ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,75$$
$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,0039
1	0,0469
2	0,2109
3	0,4219
4	0,3164
	1

$$\text{Media} = np = 3$$
$$\text{Varianza} = npq = 0,75$$

### ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:  
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:  
dbinom(k, 4, 0.75)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':  
barplot(dbinom(k, 4, 0.75), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```

### ESERCIZIO 5 - LAB

Uno studio condotto sull'efficacia di un farmaco per la pressione del sangue ha dato i seguenti risultati su 5 pazienti (valori in mm/Hg):

<b>PRIMA</b>	126	115	136	140	150
<b>DOPO</b>	116	109	130	115	135

Verificare l'ipotesi per i dati appaiati prima e dopo il trattamento ad un livello di significatività del 5%.

```
# CREO I 2 VETTORI DEI DATI  
PRIMA=c(126, 115, 136, 140, 150)
```

```
DOPO=c(116, 109, 130, 115, 135)
```

```
# EFFETTUO IL TEST PER DATI APPAIATI  
# H0: diff(PRIMA-DOPO) <= 0      H1: diff(PRIMA-DOPO) > 0
```

```
t.test(PRIMA, DOPO, alternative = 'greater', paired = TRUE, conf.level=0.95)
```