

Laboratorio di Elaborazione di Immagini

Esercitazione 3:

TRASFORMATA DI FOURIER in 2D

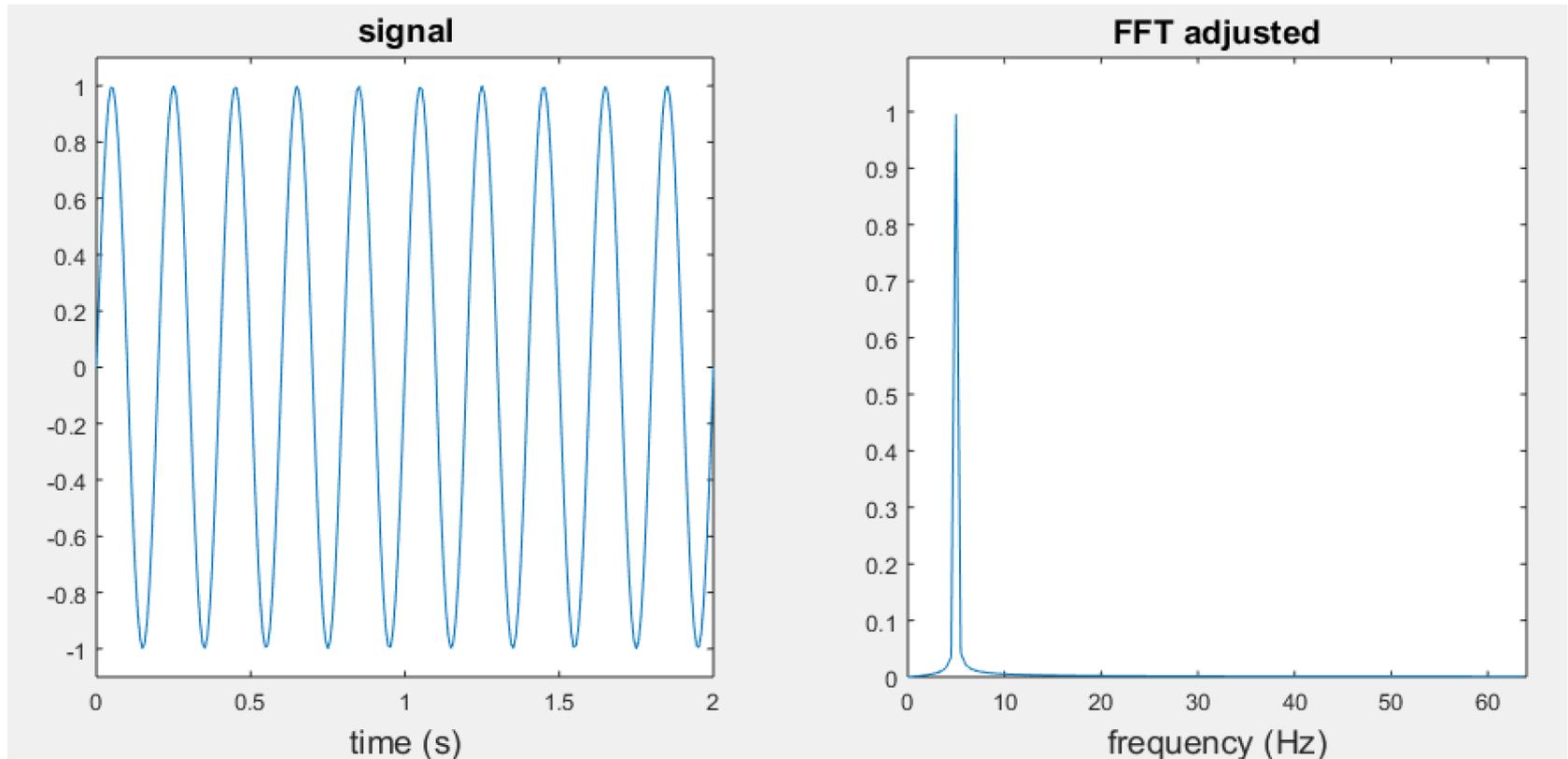
Silvia Obertino

29 marzo 2017



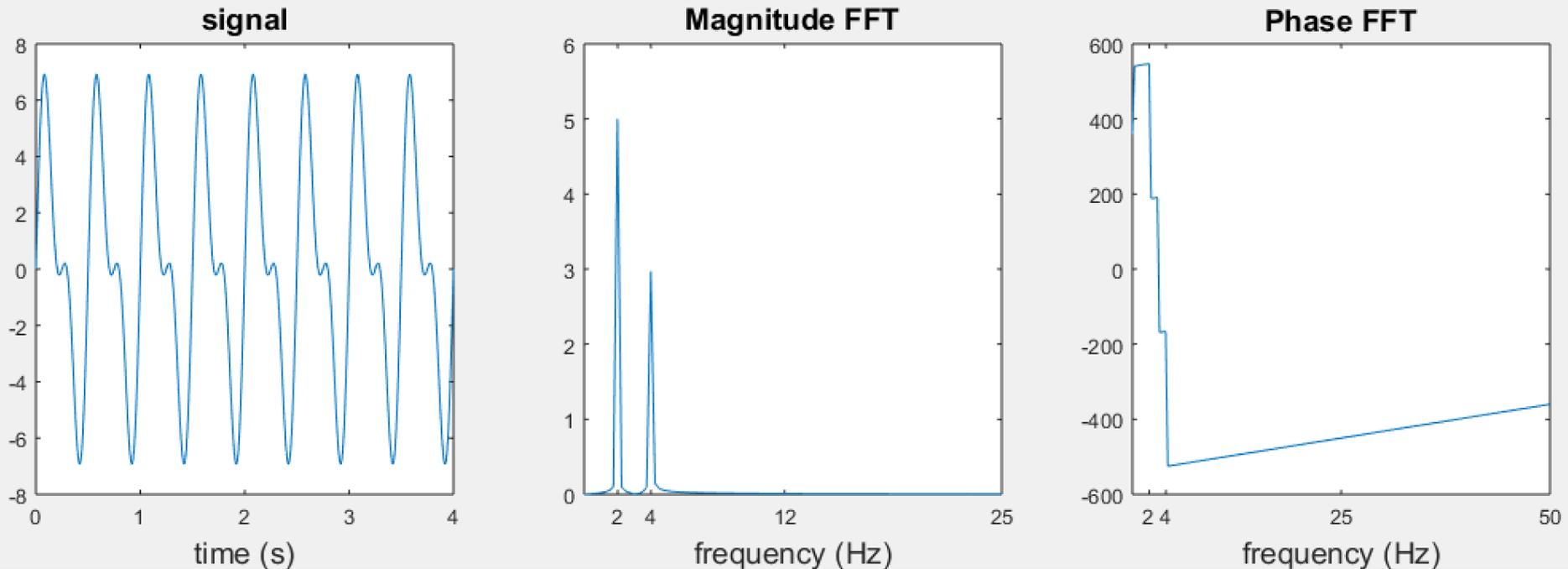
Remember: Trasformata di Fourier

- Warning: l'asse verticale va sistemato



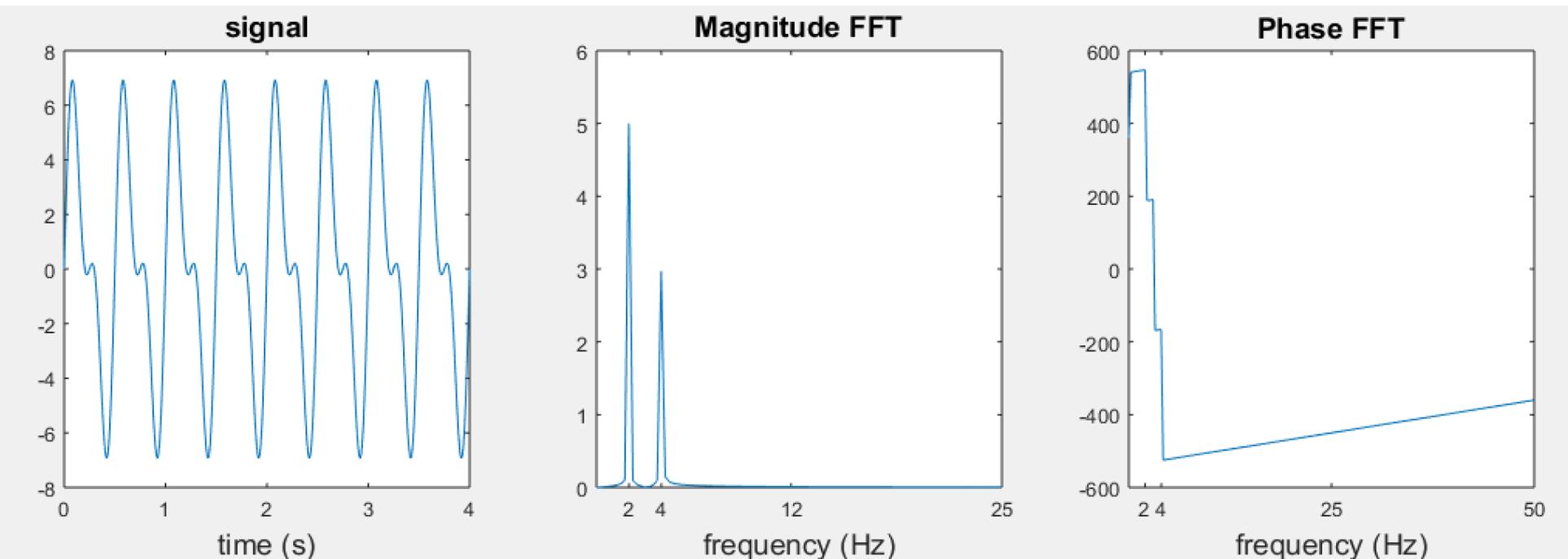
Remember: Trasformata di Fourier

- Warning: l'asse verticale va sistemato



Remember: Trasformata di Fourier

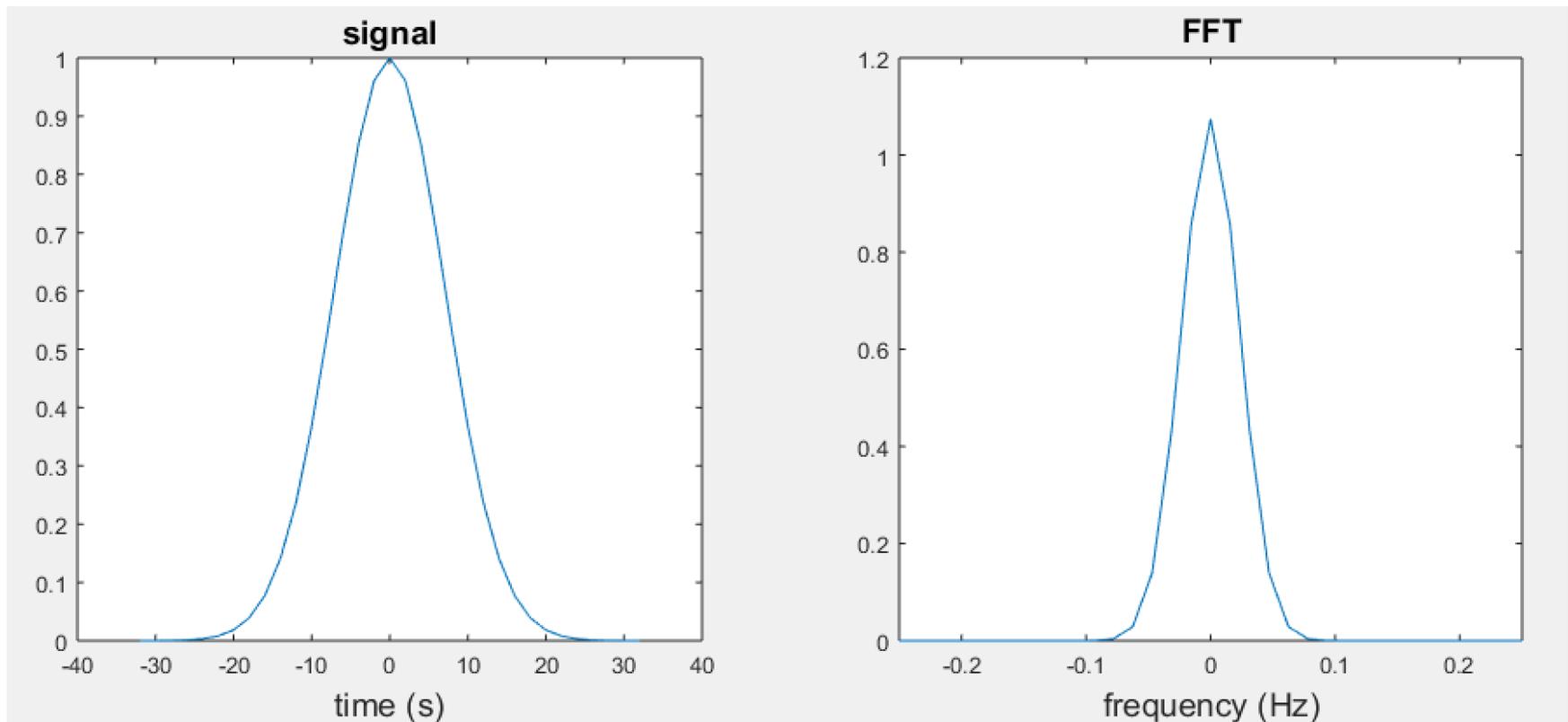
- Warning: l'asse verticale va sistemato



- Trick: $\text{abs}(\text{fft}(s))/\text{length}(s)$

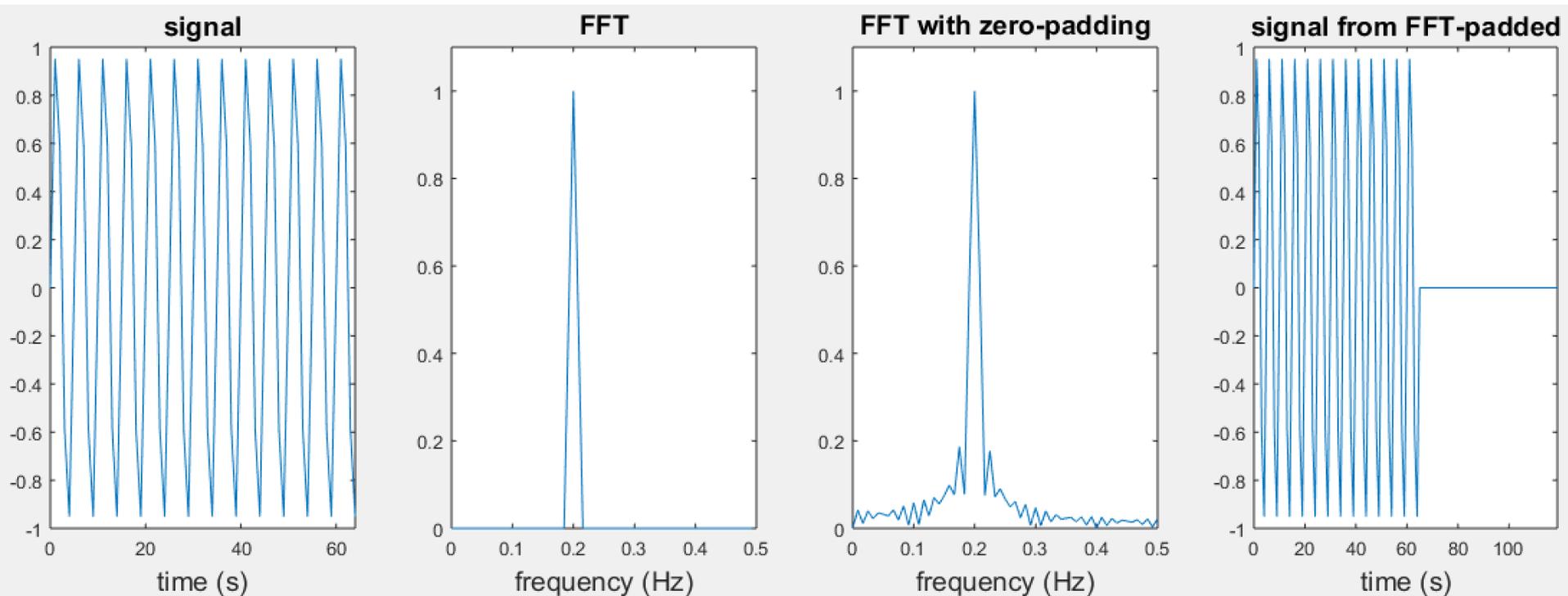
Remember: Trasformata di Fourier

- Warning: il segnale simmetrico



Remember: Trasformata di Fourier

- Warning: l'asse verticale va sistemato



Trasformata di Fourier 2D

- La trasformata di Fourier in 2D non è altro che la trasformata di Fourier calcolata per le x (lungo le righe) e lungo le y (lungo le colonne) applicate in serie
- Per le immagini le frequenze sono intese come frequenze spaziali (variazione di contrasto)

FFT2

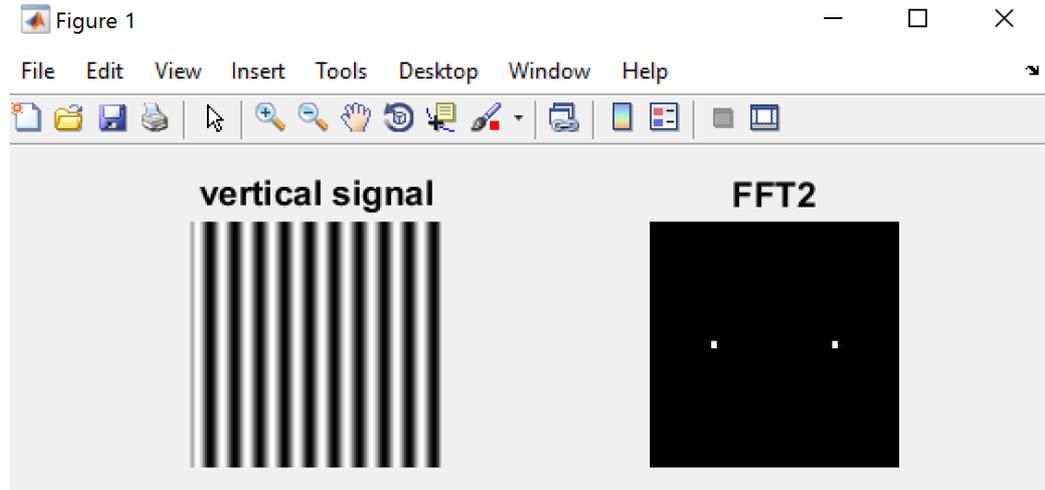
```

>> Fs = 256;
>> T = 1/Fs;
>> t = -1:T:1;

>> s = sin(2*pi*5*t);
>> s_2D = repmat(s,length(s),1);
>> S_2D = abs(fftshift(fft2(s_2D)));

>> figure
>> subplot(1,2,1) imshow(s_2D,[]);
>> title('signal','FontSize',14,'fontweight','bold')
>> subplot(1,2,2) imshow(S_2D(237:277,237:277),[]);
>> title('FFT2','FontSize',14,'fontweight','bold')

```

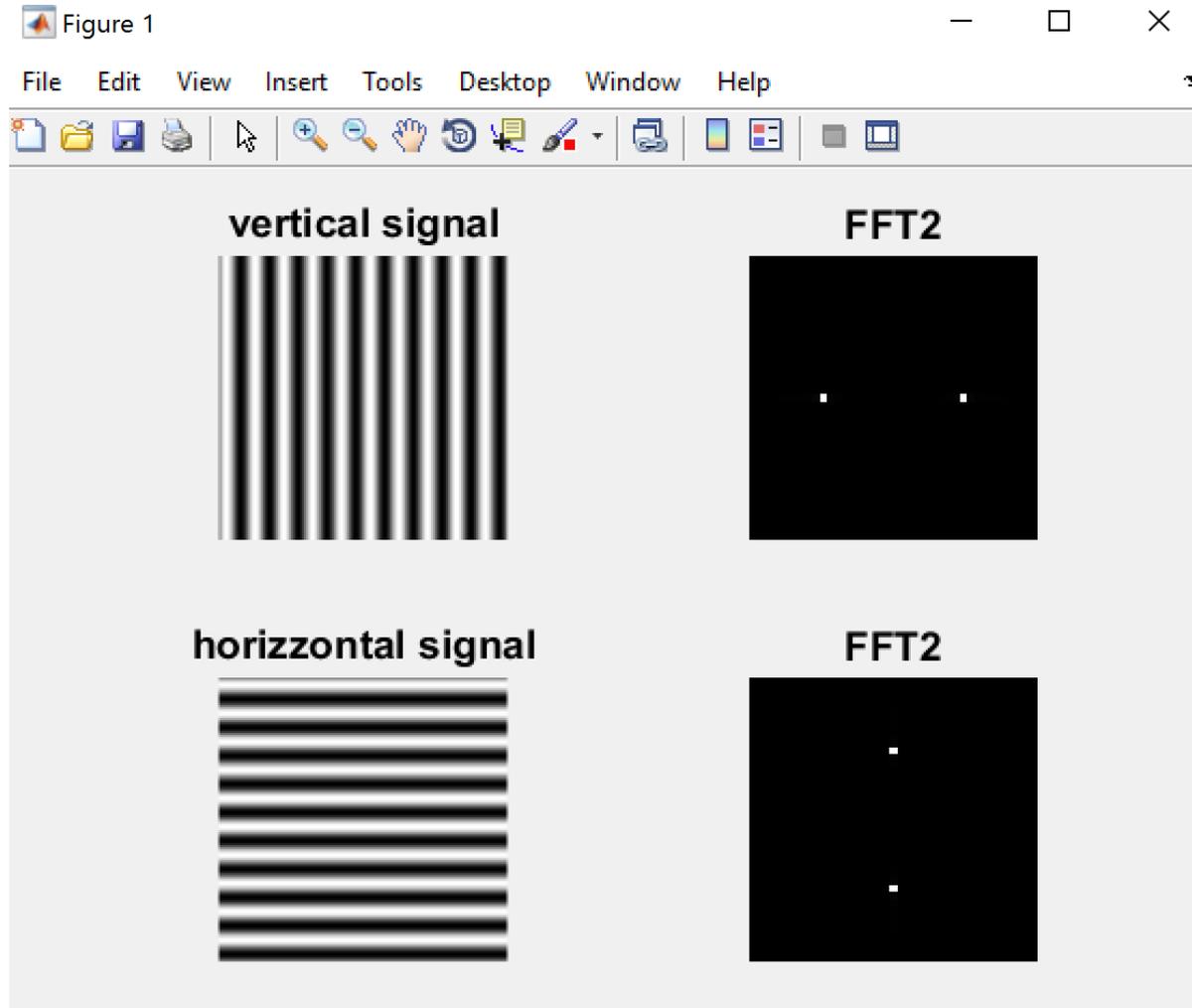


FFT2

- Provate con lo stesso segnale orizzontale!!



FFT2



Trasformata di Fourier 2D

- La trasformata di Fourier in 2D:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega_x, \omega_y) e^{i(\omega_x x + \omega_y y)} d\omega_x d\omega_y$$

Trasformata di Fourier 2D

- La trasformata di Fourier discreta in 2D:

$$F[u, v] = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f[x, y] e^{-i2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

$$f[x, y] = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F[u, v] e^{i2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}$$

FFT2

```
>> s = sin(2*pi*5*t) + sin(2*pi*1*t) + sin(2*pi*10*t);
```

```
>> s_2D = repmat(s,length(s),1);
```

```
>> s_2D = s_2D+s_2D';
```

```
>> S_2D = abs(fftshift(fft2(s_2D)));
```

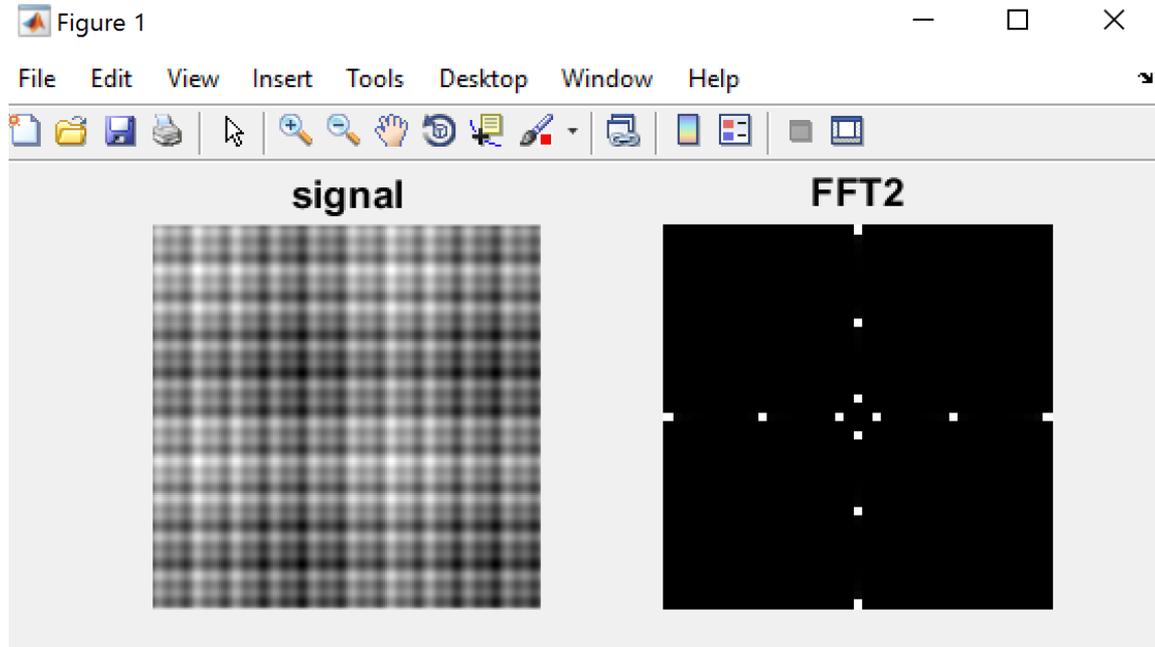
```
>> figure
```

```
>> subplot(1,2,1) imshow(s_2D,[]);
```

```
>> title('signal','FontSize',14,'fontweight','bold')
```

```
>> subplot(1,2,2) imshow(S_2D(237:277,237:277),[]);
```

```
>> title('FFT2','FontSize',14,'fontweight','bold')
```



Funzione gaussiana 2D

- Scrivere la funzione che crea una gaussiana in 2 dimensioni con valori input:
 - Tempo massimo
 - Tempo di sampling
 - alpha
- Ricordare definizione funzione Gaussiana

$$f(x) = e^{-\alpha x^2}$$

Funzione gaussiana 2D

```
function G = my_gaussian(r_max,r_sampling,alpha)

t = -r_max:r_sampling:r_max;
l = length(t);

G = zeros(l,l);

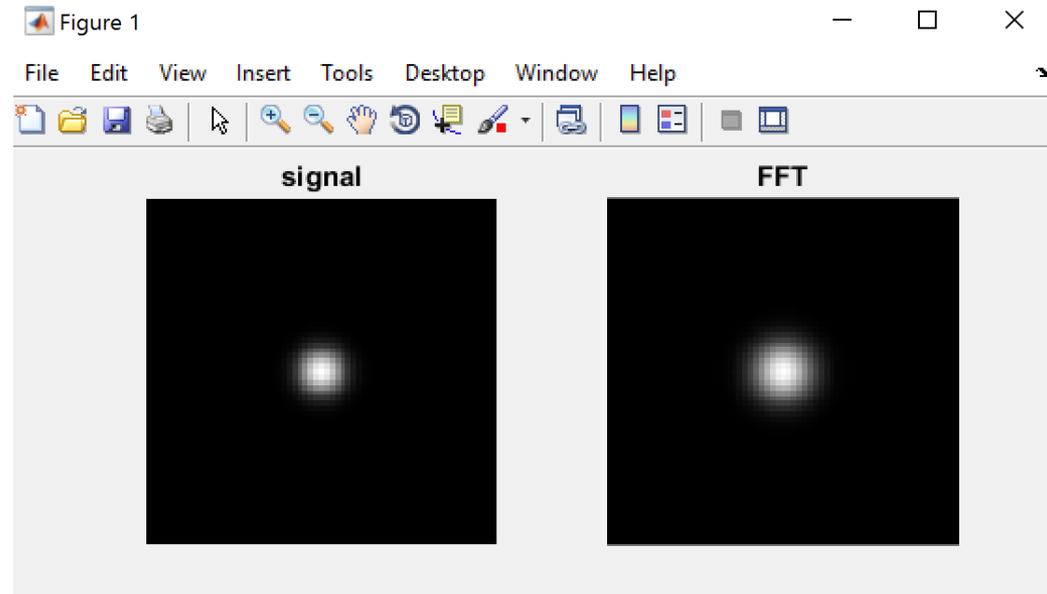
for i=1:l
    for j=1:l
        r = sqrt(t(i)^2 + t(j)^2);
        G(i,j) = exp(-alpha*r^2);
    end
end
```

Funzione gaussiana 2D

```

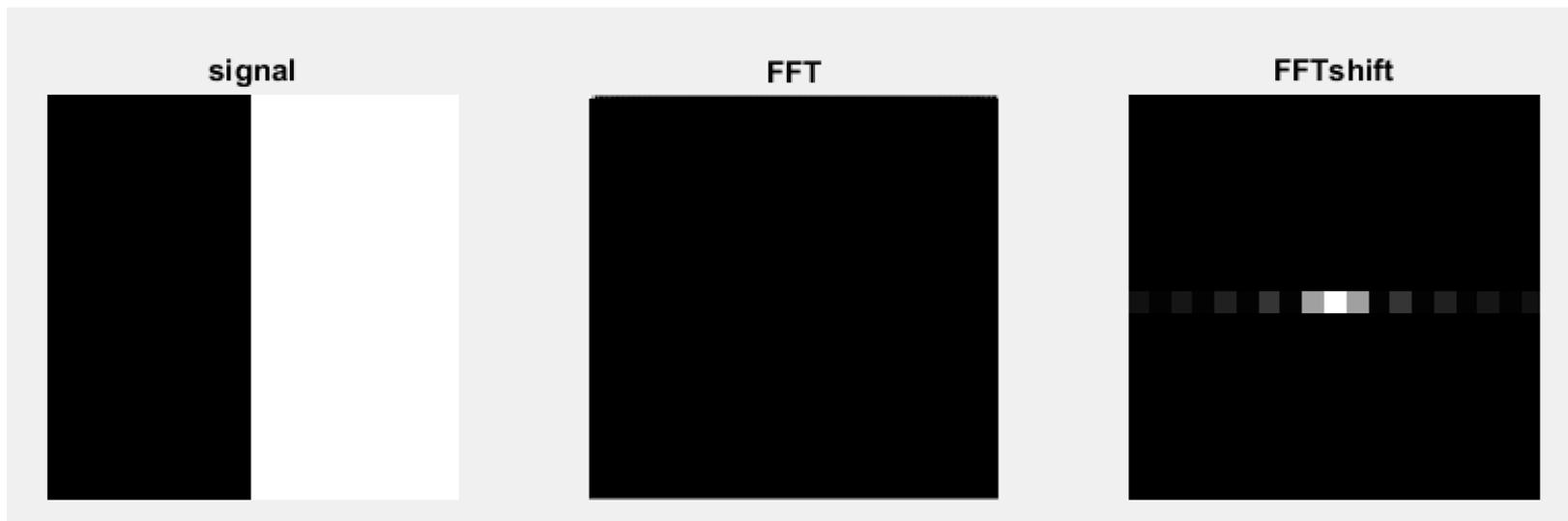
>> t_max = 8;
>> Fs = 4;
>> alpha = 1;
>> g = my_gaussian(t_max,1/Fs,alpha);
>> G = fftshift (fft2(g));
>> t = -32:T:32;
>> l = length(t);
>> alpha = 0.01;
>> g = exp(-alpha*t.^2 );
>> figure; plot(t,g)
>> xlabel('time (s)','FontSize',14)
>> title('signal','FontSize',14,'fontweight','bold')

```



ESERCIZIO

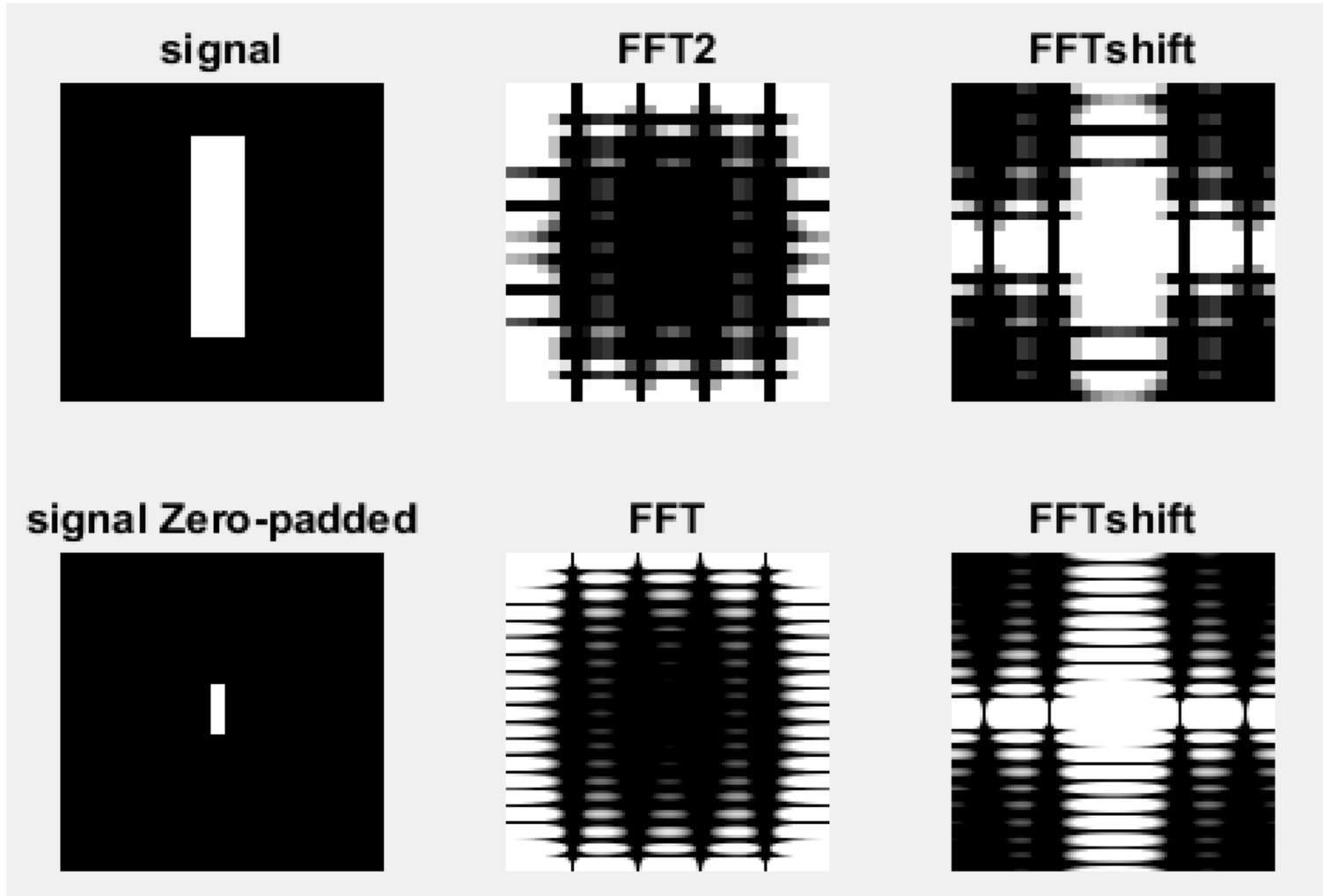
- Creare uno step 2D (I totale = 150)
- Calcolare la FFT e visualizzare lo spettro
- Shiftare la componente (zoom)



ESERCIZIO

- Creare un'immagine 30x30 con un rettangolo bianco centrato su sfondo nero ($h=18$; $l=4$)
- Calcolare la FFT e visualizzare lo spettro
- Shiftare le componenti visto che il segnale è simmetrico in entrambe le direzioni
- Aggiungere dello zero padding per migliorare la trasformata
- Ricalcolare la FFT e shiftare le componenti
- Per migliorare la visualizzazione usare il **log**

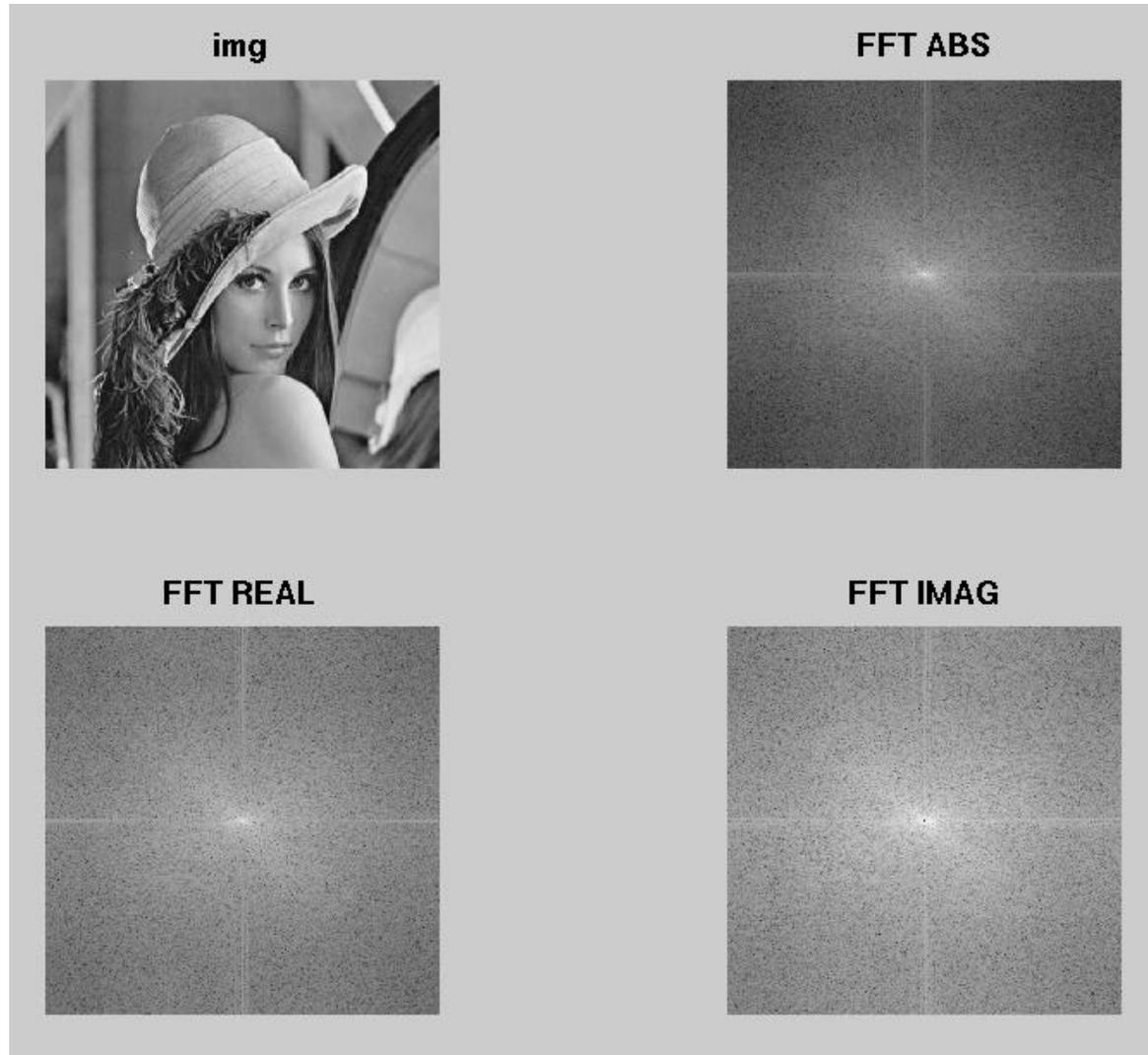
ESERCIZIO



ESERCIZIO

- Caricate l'immagine 'lena.jpg' (o la vostra preferita)
- Convertitela in scale di grigio
- Provate a visualizzare:
 - Il modulo della trasformata di Fourier (abs)
 - La parte reale (comando real)
 - La parte immaginaria (comando imag)

ESERCIZIO



ESERCIZIO

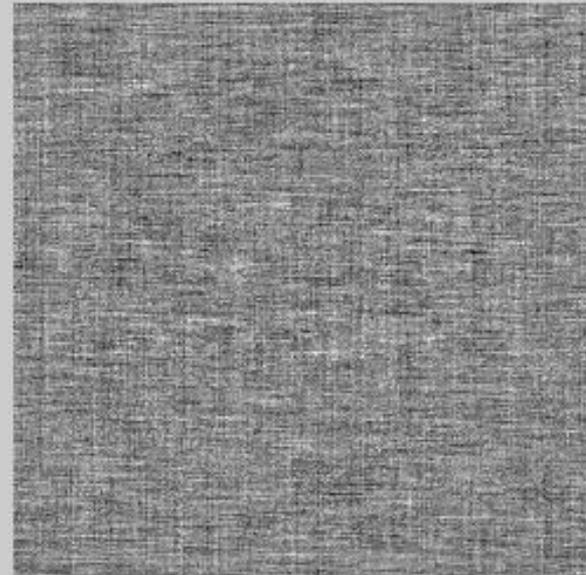
- A cosa corrispondono la parte immaginaria e la parte reale?
- Provate ad antitrasformare l'immagine:
 - Mettendo a zero la parte immaginaria
 - Mettendo a zero la parte reale
- **WARNING:** Ricordatevi l'ifftshift se avete fatto l'fftshift della trasformata!

ESERCIZIO

real part



immaginary part

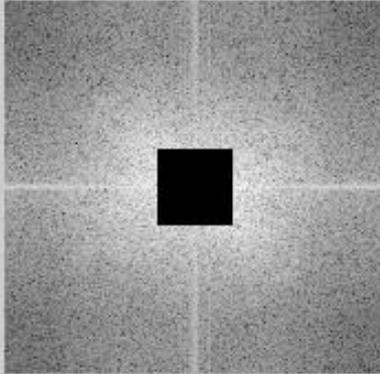


ESERCIZIO

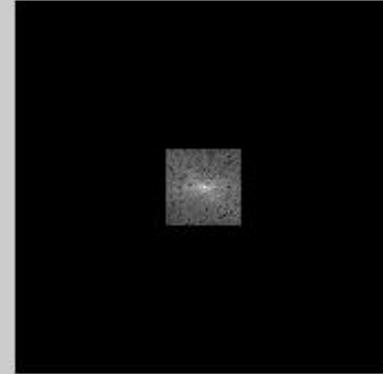
- Se eseguite l'**fftshift** della trasformata:
al centro dell'immagine ci sono le basse frequenze,
e verso i bordi le alte frequenze
- A cosa corrispondono nelle immagini?
- Provate a:
 - Mettere a zero il centro della trasformata (con un quadrato di lato 100)
 - Mettete a zero il contorno (il complementare del quadrato di prima)

ESERCIZIO

high frequencies



low frequencies



ESERCIZIO

