MUTUA POSIZIONE TRA RETTE E PIANI

E

INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DEL THM DI ROUCHÈ-CAPELLI

POSIZIONE MUTUA DI PIANI E RETTE

- **2 PIANI** π e π'

$$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$$

→ INCIDENTI $rkA = rkB = 2$ ∞^1 sol

→ COINCIDENTI $rkA = rkB = 1$ ∞^2 sol

→ PARALLELI $rkA = 1$ $rkB = 2$ no sol

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ a' & b' & c' & d' \end{bmatrix}$$

- **3 PIANI** π, π', π''

$$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \\ a''x+b''y+c''z+d''=0 \end{cases} \quad B = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ a' & b' & c' & d' \\ a'' & b'' & c'' & d'' \end{bmatrix}$$

$= A$

→ $\pi \cap \pi' \cap \pi'' \neq \emptyset$ INCIDENTI

- IN UN PUNTO: $rkA = 3 = rkB$, unica sol
- IN UNA RETTA: $rkA = 2 = rkB$, ∞^1 sol

→ $\pi \equiv \pi' \equiv \pi''$ COINCIDENTI: $rkA = 1 = rkB$, ∞^2 sol

→ $\pi \cap \pi' \cap \pi'' = \emptyset$

- intersezione 2 a 2
- paralleli tutti e 3
- 2 paralleli e uno no
- 2 coincidenti e uno parallelo

• PIANO π E RETTA r

$\pi \cap r = P$

unica sol

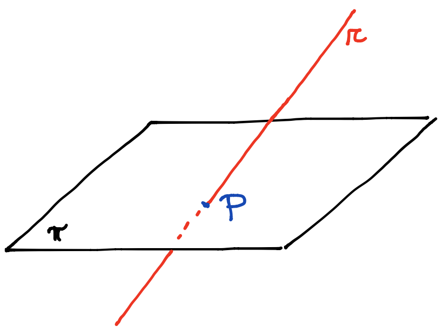
$r \in \pi$

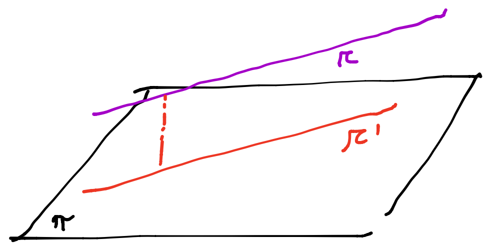
∞^1 sol

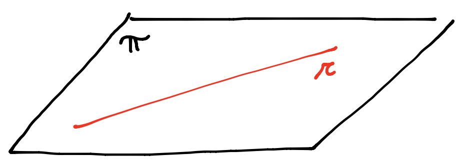
$r \cap \pi = \emptyset$

$r \parallel \pi$

no sol





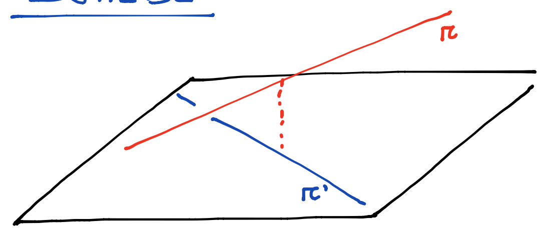


- 2 rette nello spazio

  $r \quad r'$

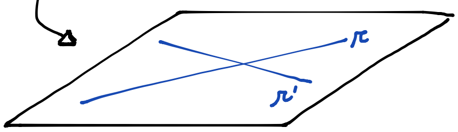
COMPLANARI

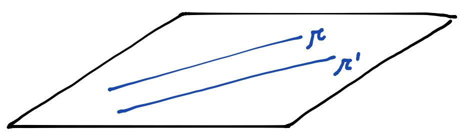
SGHEBE



INCIDENTI

PARALLELE





N.B.

Se $r = r'$ il piano che le contiene non è unico.

INTERPRETAZIONE GEOMETRICA DEL TEOREMA DI ROUCHÈ-CAPELLI

L'insieme delle soluzioni del sistema

$$A\vec{x} = \vec{b} \qquad \text{con } A \in M_{m\times n}, \quad \vec{x} \in M_{n\times 1}, \ \vec{b} \in M_{m\times 1}$$

o è vuoto (il sistema non ammette soluzioni) oppure è un sottospazio affine di $\mathbb{K}^n$ (A è pensata come un omomorfismo di $\mathbb{K}^n$ in $\mathbb{K}^m$) avente come giacitura il nucleo di A, cioè l'insieme delle soluzioni del sistema omogeneo associato $A\vec{y} = \vec{0}$.

$$\Downarrow$$

Risoluzione di un sistema lineare $\equiv$ determinazione delle equazioni parametriche per il sottospazio affine da questi individuato.