

Esercitazione IV: validazione di un modello identificato mediante cross-validazione e test di bianchezza.

Si consideri il seguente modello ARMAX supposto come il modello “vero”

$$y(k) = a^* y(k-1) + b^* u(k-1) + e(k) + c^* e(k-1) \quad (1)$$

dove $E(k) \sim WGN(0, \lambda)$ $\lambda = 0.3$ $a^* = 0.5$, $b^* = 2$ e $c^* = 0.2$

Scopo dell'esercitazione è utilizzare le tecniche di validazione viste nel corso al fine di scegliere quale modello fra i due proposti sia migliore.

Lo studente

- Scriva uno script matlab che, forniti il segnale di ingresso $u = [u(1), \dots, u(N)]$, la realizzazione dell'errore $e = [e(1), \dots, e(N)]$ ed il vettore dei parametri $\theta = [a \ b \ c]^T$, restituisca una simulazione dell'andamento dell'uscita del modello (1).

- Scriva uno script che, fornito in ingresso un vettore di dati $Z^N = (u; y)$, identifichi il seguente modello ARX di gradi $n_A = 2; n_B = 1$

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b u(k-1) + e(k) \text{ dove } E(k) \sim WGN(0, \lambda) \quad (2)$$

- Scriva uno script che, fornito in ingresso un vettore di dati $Z^N = (u; y)$, identifichi il seguente modello ARX di gradi $n_A = 1; n_B = 2$

$$y(k) = a y(k-1) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + e(k) \text{ dove } E(k) \sim WGN(0, \lambda) \quad (3)$$

- Scriva uno script che, a fronte di un vettore di dati $Z^N = (u; y)$, fornisca le predizioni ottime¹ ad un passo per il seguente modello ARX di gradi $n_A = 2; n_B = 2$

$$y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + e(k) \text{ dove } E(k) \sim WGN(0, \lambda)$$

- Scriva uno script che, sfruttando le funzioni definite ai punti precedenti
 - Simuli il sistema (1) su di un orizzonte temporale di 200 istanti di campionamento a fronte di un ingresso continuo a tratti così definito

$$u(k) = \begin{cases} 0 & k \in [1,30] \cup [101; 130] \\ 1 & k \in [31,60] \cup [131; 160] \\ 2 & k \in [61,100] \cup [161; 200] \end{cases}$$

- Stimoli e validi i modelli (2) e (3) con il metodo della cross-validazione dividendo i dati di partenza in due set di dati omogenei (dati di validazione e di identificazione aventi la stessa lunghezza).
- Stimoli e validi i modelli (2) e (3) utilizzando il test di bianchezza dei residui.

Comandi matlab utili

- **cdf**: calcola la densità cumulata di una funzione di densità di probabilità notevole. In altri termini restituisce $\int_{-\infty}^x f(\tau) d\tau$ dove $f(\tau)$ è la d.d.p. di una variabile casuale notevole

¹ Per realizzare il seguente punto lo studente si calcoli teoricamente il predittore ad un passo