

Foglio di esercizi sistemi lineari e matrici

Sansonetto Nicola*

Esercizio 1 (Punti 8). Determinare le soluzioni del seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + ix_4 = -i \\ x_1 - x_2 + (1 - i)x_3 + ix_4 = 0 \\ 2x_2 + x_3 = 0 \\ (2 + i)x_2 + (1 - i)x_3 = 1 \\ ix_1 = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 (Punti 8). Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{C}$, la forma ridotta, le colonne dominanti, le colonne libere e il rango della matrice

$$M_\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 1 & \alpha \\ \alpha + 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -\alpha & 1 - \alpha \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (Punti 8). Dimostrare che per $s < i < j$

$$E_{ij} E_{js}(\alpha) = E_{is}(\alpha) E_{ij}$$

in cui E_{ij} e $E_{ij}(\alpha)$ sono matrici che rappresentano le operazioni elementari sulle righe di una matrice generica (di dimensione opportuna).

Esercizio 4 (Punti 6). ● Dimostrare che le matrici 2×2 di forma

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

con $\alpha \in \mathbb{C}$ sono le matrici che commutano con tutte le matrici 2×2 .

N.B.

Il simbolo ● denota esercizi giudicati **difficile**.

*e-mail: nicola.sansonetto@gmail.com