LEZIONI DI STATISTICA SANITARIA

Dott. SIMONE ACCORDINI

Lezione n.7

- Misure di posizione: media aritmetica

Sezione di Epidemiologia & Statistica Medica
Università degli Studi di Verona

MEDIA ARITMETICA

La media aritmetica di una distribuzione di frequenza è la somma dei **valori osservati** diviso il **numero totale delle osservazioni**

$\rightarrow$ **misura dell'intensità media del fenomeno**

Formalmente: siano (x_1, x_2, … , x_n) le osservazioni della variabile X su un campione di *n* unità statistiche, allora

$$\boxed{\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i / n = (x_1 + x_2 + .. + x_n) / n}$$

esempio:
(8 osservazioni)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
5	16	13	27	11	5	13	13

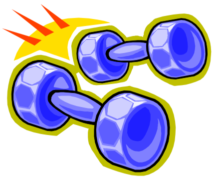
$$\bar{x} = (5+16+13+27+11+5+13+13)/8 = 103/8 = 12.9$$

MEDIA ARITMETICA PONDERATA - I

Se più unità statistiche presentano lo stesso valore

⇒ la media aritmentica può essere calcolata moltiplicando quel valore per la frequenza con cui compare nella distribuzione

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + .. + x_k n_k}{n}$$



k = numero di valori <u>differenti</u> osservati

x_i = i-esimo valore osservato

n_i = frequenza corrispondente al valore x_i → PESO

SESM

Nel caso di variabili quantitative continue, i dati sono spesso organizzati in classi per una migliore sintesi descrittiva

Distribuzione del FEV_1 (cl/sec) in 54 soggetti maschi di età 20-44 anni (indagine *European Community Respiratory Health Survey* - ECRHS)

	n_i
[223 – 270.25)	0
[270.25 – 317.5)	3
[317.5 – 364.75)	9
[364.75 – 412)	10
[412 – 459.25)	14
[459.25 – 506.5)	8
[506.5 – 553.75)	7
[553.75 – 601]	3
TOTALE	54

SESM

Distribuzione del FEV_1 (cl/sec) in 54 soggetti maschi di età 20-44 anni (ECRHS)

Per il calcolo della media ponderata, le osservazioni di una classe si assumono coincidenti con il **valore centrale della classe**

punto centrale della 1ª classe: (223+270.25)/2

	x_i	n_i	$x_i n_i$
[223 – 270.25)	246.625	0	0
[270.25 – 317.5)	293.875	3	881.625
[317.5 – 364.75)	341.125	9	3070.125
[364.75 – 412)	388.375	10	3883.750
[412 – 459.25)	435.625	14	6098.750
[459.25 – 506.5)	482.875	8	3863
[506.5 – 553.75)	530.125	7	3710.875
[553.75 – 601]	577.375	3	1732.125
TOTALE		54	23240.25

$$\bar{x} = (x_1 n_1 + x_2 n_2 + .. + x_8 n_8)/n = 23240.25/54 = 430.375 \text{ cl/s}$$

SESM

MEDIA ARITMETICA PONDERATA - II

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + .. + \bar{x}_k n_k}{n_1 + n_2 + .. + n_k}$$

k = numero di gruppi

$\bar{x}_i$ = media aritmetica per il gruppo i-esimo

n_i = dimensione campionaria del gruppo i-esimo → PESO

$\bar{x}$ = media aritmetica complessiva

esempio: valore medio dell'altezza nei maschi e nelle femmine matricole della Facoltà di Medicina (A.A. 95/96)

Sesso	n_i	$\bar{x}_i$
maschi	34	177
femmine	91	166.1
Totale	125	

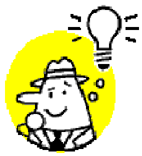
$$\bar{x} = \frac{177*34 + 166.1*91}{125} = 169.1 \text{ cm}$$

SESM

La media aritmetica gode di diverse proprietà, le due principali dal punto di vista applicativo sono legate al concetto di SCARTO:

PRIMA PROPRIETA' DELLA MEDIA ARITMETICA

la somma algebrica degli scarti delle osservazioni dalla loro media aritmetica è pari a zero



$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x}) = \underbrace{(x_1-\bar{x})}_{\text{scarto (distanza) della prima osservazione dalla media}} + (x_2-\bar{x}) + .. + (x_n-\bar{x}) = 0$$

scarto (distanza) della prima osservazione dalla media

$\Rightarrow$ media aritmetica = **punto 'centrale' della distribuzione**

Verifica empirica della prima proprietà:

FEV$_1$	x_i	n_i	$(x_i-\bar{x})n_i$
[223 – 270.25)	246.625	0	0
[270.25 – 317.5)	293.875	3	- 409.5
[317.5 – 364.75)	341.125	9	- 803.25
[364.75 – 412)	388.375	10	- 420
[412 – 459.25)	435.625	14	73.5
[459.25 – 506.5)	482.875	8	420
[506.5 – 553.75)	530.125	7	698.25
[553.75 – 601]	577.375	3	441
TOTALE		54	0

$$-409.5 = (293.875 - 430.375) \times 3$$

scarti negativi

scarti positivi

$\bar{x}$ = 430.375 cl/s

media ponderata

la somma algebrica degli scarti delle osservazioni dalla loro media aritmetica è pari a zero

SECONDA PROPRIETA'
DELLA MEDIA ARITMETICA

la somma del quadrato degli scarti
delle osservazioni da un qualsiasi valore A è
minima quando A è pari alla media aritmetica

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 \le \sum_{i=1}^{n}(x_i-A)^2$$

QUALE MISURA DI POSIZIONE UTILIZZARE?

TIPO DI VARIABILE	OPERAZIONI CONSENTITE	MODA	MEDIANA	MEDIA
nominale	= ≠	Sì	No	No
ordinale	= ≠ < >	Sì	Sì	No
quantitativa	= ≠ < > – + (/ *)	Sì	Sì	Sì

CONFRONTO TRA LE MISURE DI POSIZIONE PER UNA VARIABILE QUANTITATIVA

esempio:

durata della degenza ospedaliera
di 9 individui (in giorni)

CAMPIONE	4	5	12	3	4	4	95	8	6

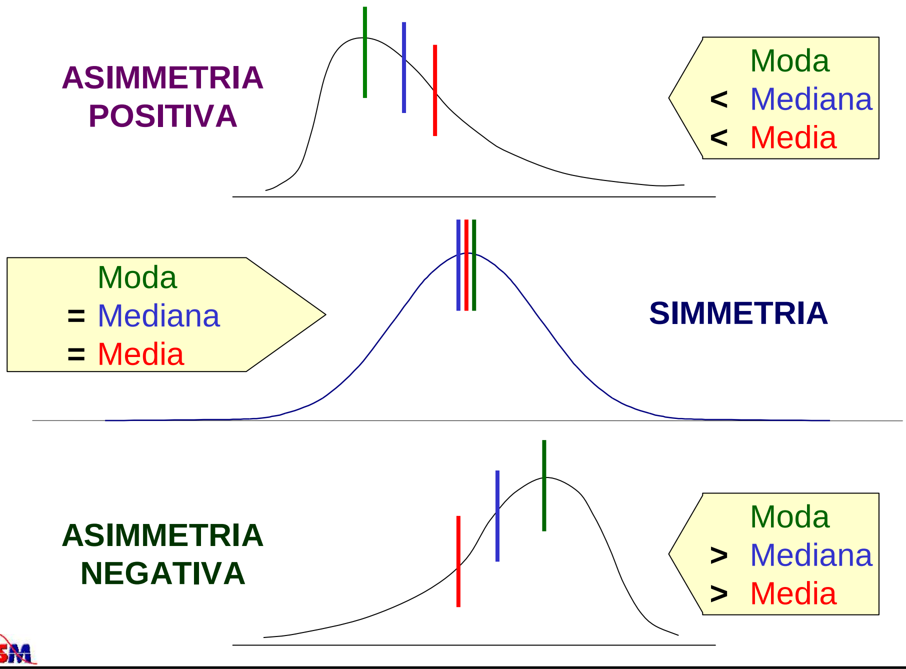
Moda = 4

Mediana = 5

Media = 15.7 (senza il soggetto *outlier* sarebbe 5.7)

La media aritmetica è poco “robusta” in presenza di **valori anomali** (outliers)!

RELAZIONE TRA MODA, MEDIANA E MEDIA ARITMETICA



CONFRONTO TRA LE MISURE DI POSIZIONE PER UNA VARIABILE QUANTITATIVA

	MODA	MEDIANA	MEDIA ARITMETICA
	**Buona misura quando un valore ha una frequenza relativa molto elevata**	**Buona misura con distribuzioni asimmetriche *(es. tempo di sopravvivenza)***	**Buona misura con distribuzioni simmetriche *(es. molti parametri biologici)*** **Facile da trattare matematicamente** **Utilizza tutta l'informazione contenuta nei dati**
	**Dipende dal raggruppamento arbitrario dei dati**	**Difficile da trattare matematicamente**	**E' inaffidabile in caso di distribuzioni asimmetriche**