Conseguenza: Se $K = \{p\}$, $G_K = \{g \,/\, g\cdot p = p\}$

gruppo di isotropia di p $\equiv G_p$: deve essere compatto

sia $S^1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z}$. L'azione di $\mathbb{Z}$ su $\mathbb{R}$ è propria, anche se $\mathbb{Z}$ non è compatto

$\boxed{\text{Allora, condizione } \underline{\text{necessaria}} \text{ affinchè una } G\text{-azione sia propria è che } G_p \text{ sia compatto } \forall p \in M}$

[Esempio di azione non propria: $\mathbb{R}^* = \{t \in \mathbb{R},\ t > 0\}$

agisca su $\mathbb{R}^n$ così: $(t, x) \longmapsto t\cdot x$, con $t \in \mathbb{R}^+$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t\cdot x \in \mathbb{R}^n$

Dim. alternativa: sia $p_n = \frac{1}{n^2} e_1 \to 0$

$g_n = n$ $\quad g_n \cdot p_n = n \frac{1}{n^2} e_1 = \frac{1}{n} e_1 \to 0$

$\{g_n\}$ non ammette s.succ. convergenti

se $p = 0$, $G_p = \mathbb{R}^*$, non è compatto]

Se $G_p = \{e\}$ $\forall p \in M$, l'azione è detta <u>libera</u>

identità

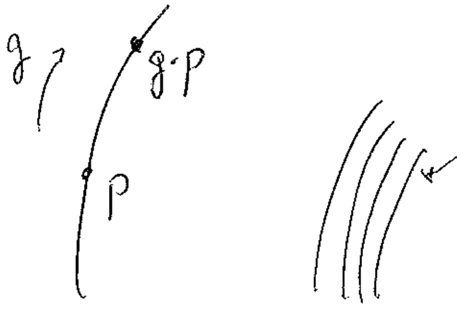
"relazione di equivalenza orbitale" — orbit relation

$p \sim q$ se $q = g\cdot p$ per qualche $g \in G$

(è eff. una relazione di equivalenza)

$[p] = G\cdot p = \{g\cdot p \,/\, g \in G\}$

orbita di p



M/G — spazio delle orbite — orbit space

elementi

azione transitiva: una sola orbita

$\equiv M$ G-omogeneo

XXXI-12

NUOVA