

## **INDICI DI LOCALIZZAZIONE O MEDIE**

**In ogni insieme di dati i valori tendono a raggrupparsi attorno ad un valore centrale: le MEDIE sono quei valori centrali che esprimono l'ordine di grandezza assunto dal fenomeno in osservazione.**

- **MEDIE POTENZIATE O ALGEBRICHE O ANALITICHE: media aritmetica; media armonica; media geometrica; media quadratica; media cubica; media potenziate.**

**Medie *lasche*:**

- **MEDIE DI POSIZIONE: Mediana e Percentili.**
- **Moda.**

## **INDICI DI VARIABILITA'**

## **INDICI DI FORMA**

Le **MEDIE POTENZIATE** o **ALGEBRICHE** sono *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(m, m, \dots, m)$$

Definizione di **media “m”** secondo Chisini: data la variabile  $X$  che assume i valori  $x_1, x_2, \dots, x_n$  si definisce media “m” quella grandezza che, sostituita a ciascun termine della distribuzione, lascia inalterato il risultato della funzione  $f$  applicata ai valori della distribuzione.

Se la funzione  $f$  è la **somma delle r-me potenze dei dati**, allora si ottengono le **MEDIE POTENZIATE di ordine  $r$**  ( $m_r$ ):

nel caso di dati semplici:

$$m_r = \sqrt[r]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n}}$$

Nel caso di dati ponderati:

$$m_r = \sqrt[r]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^r f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

## LA **MEDIA ARITMETICA** $m$

La **MEDIA ARITMETICA** appartiene all'insieme delle **Medie Algebriche**, le quali godono della proprietà di essere *invarianti* rispetto alla funzione definita sui dati:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(m, m, \dots, m)$$

In particolare la **MEDIA ARITMETICA** è *invariante* rispetto alla funzione “somma”:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = m + m + \dots + m$$

**Definizione di MEDIA ARITMETICA:** la media aritmetica di un insieme di valori è quella quantità che, sostituita a ciascun termine della distribuzione, lascia inalterato il totale.

Considerando la *somma* come *somma delle  $r$ -me potenze dei dati*, con  $r=1$ , la **MEDIA ARITMETICA** coincide con la **MEDIA POTENZIATA di ordine  $r=1$** .

**Se si tratta di variabile discreta e dati semplici:**

$$\mathbf{m} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

**Se si tratta di variabile discreta e dati ponderati:**

$$\mathbf{m} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

**Se si tratta di variabile continua divisa in classi:**

$$\mathbf{m} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^c f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

## ESERCIZIO

Gli abbonati  $X$  ad un giornale negli ultimi anni  $Z$  sono stati i seguenti (in migliaia):

Anno $Z$	$X$
1990	10
1991	14
1992	18
1993	20
1994	22
1995	25
1996	30
1997	32
1998	36

Determinare la media aritmetica della variabile  $X$ .

## SOLUZIONI

Anno $Z$	$X$
1990	10
1991	14
1992	18
1993	20
1994	22
1995	25
1996	30
1997	32
1998	36

207

$$n=9$$

$$M(X)=207/9=23$$

## ESERCIZIO

Sui seguenti valori

x	f(x)
1	20
2	80
4	50
6	30
7	10

Determinare la media Aritmetica.

### SOLUZIONI

x	f(x)	x*f(x)
1	20	20
2	80	160
4	50	200
6	30	180
7	10	70
	190	630

$$M.Aritmetica = 630/190 = 3,32$$

### ESERCIZIO

Sui seguenti valori

x	f(x)
$x \leq 2$	5
$2 < x \leq 4$	60
$4 < x \leq 6$	355
$6 < x \leq 8$	70
$x > 8$	10

- a) Calcolare la media aritmetica della variabile X (per  $x \leq 2$  porre  $x=1$ ; per  $x > 8$  porre  $x=10$ );

### SOLUZIONI

x	f(x)	x <sup>c</sup>	x <sup>c</sup> *f(x)
x≤2	5	1	5
2<x≤4	60	3	180
4<x≤6	355	5	1775
6<x≤8	70	7	490
x>8	10	10	100
			2550

a)

$$M.Aritmetica = 2550/500 = 5,1$$

## LE PROPRIETA' DELLA MEDIA ARITMETICA

SCARTO da A:  $(x_1-A), (x_2-A), (x_3-A), \dots, (x_n-A)$

A) *La somma degli scarti dalla media aritmetica è nulla.*

Nel caso di DATI SEMPLICI:  $\sum_{i=1}^n (x_i - m) = (x_1 - m) + (x_2 - m) + \dots + (x_n - m) =$

$$= \sum_{i=1}^n x_i - nm = \sum_{i=1}^n x_i - n \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 0$$

Nel caso di DATI PONDERATI:  $\sum_{i=1}^n (x_i - m)f_i = (x_1 - m)f_1 + (x_2 - m)f_2 + \dots + (x_n - m)f_n =$

$$= \sum_{i=1}^n x_i f_i - m \sum_{i=1}^n f_i = \sum_{i=1}^n x_i f_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \sum_{i=1}^n f_i = 0$$

### ESERCIZIO

La degenza ospedaliera di 10 pazienti affetti da una certa patologia, espressa in giorni, è stata la seguente: 8, 15, 6, 12, 4, 19, 5, 22, 13, 17.

Verificare la *I Proprietà* della media aritmetica.

$x_i$	$(x_i-m)$
8	-4,1
15	2,9
6	-6,1
12	-0,1
4	-8,1
19	6,9
5	-7,1
22	9,9
13	0,9
17	4,9
121	0

$$m=12,1$$



## ESERCIZIO

Sui seguenti valori

x	f(x)
$x \leq 2$	5
$2 < x \leq 4$	60
$4 < x \leq 6$	355
$6 < x \leq 8$	70
$x > 8$	10

- b) Calcolare la media aritmetica della variabile X (per  $x \leq 2$  porre  $x=1$ ; per  $x > 8$  porre  $x=10$ );  
c) Verificare la proprietà di cui gode la somma degli scarti dalla media aritmetica.

## SOLUZIONI

x	f(x)	$x^c$	$x^c * f(x)$	$(x - M(x)) * f(x)$
$x \leq 2$	5	1	5	-20,5
$2 < x \leq 4$	60	3	180	-126
$4 < x \leq 6$	355	5	1775	-35,5
$6 < x \leq 8$	70	7	490	133
$x > 8$	10	10	100	49
			2550	0

a)

$$M. \text{Aritmetica} = 2550 / 500 = 5,1$$

b) I proprietà della Media Aritmetica:  $\sum (x - M(x)) f(x) = 0$

**B) La somma dei quadrati degli scarti dalla media aritmetica è minima**

Nel caso di DATI SEMPLICI:  $\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 = \min$

Nel caso di DATI PONDERATI:  $\sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 f_i = \min$

**ESERCIZIO**

Verificare le due **proprietà della media aritmetica** sui seguenti valori:

x	f(x)
5	40
15	30
25	20
35	10

**SOLUZIONI**

x	f(x)	x*f(x)	(x-M(x))*f(x)
5	40	200	-400
15	30	450	0
25	20	500	200
35	10	350	200
	100	1500	0

$M(x)=1500/100=15$

I proprietà della Media Aritmetica:  $\Sigma(x-M(x))f(x)=0$

$(x-M(x))^2*f(x)$	$(x-10)^2*f(x)$
4000	1000
0	750
2000	4500
4000	6250
10000	12500

II proprietà della Media Aritmetica:  $\Sigma(x-M(x))^2f(x)$  minima, ovvero: la Devianza dalla Media Aritmetica è minima.

Per verificare tale proprietà: ogni devianza calcolata da un generico valore **a** diverso da  $M(x)=15$  (ad es. **a=10**) deve risultare maggiore della Devianza da  $M(x)$ .