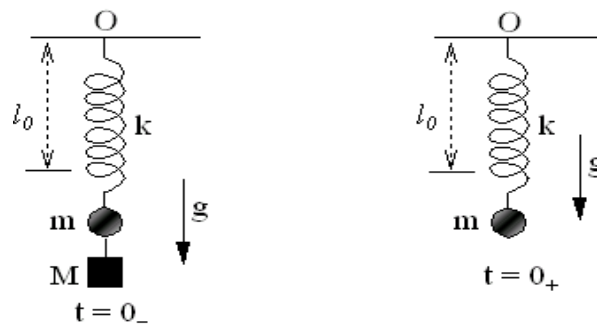


Dinamica del punto materiale: problemi con gli oscillatori.

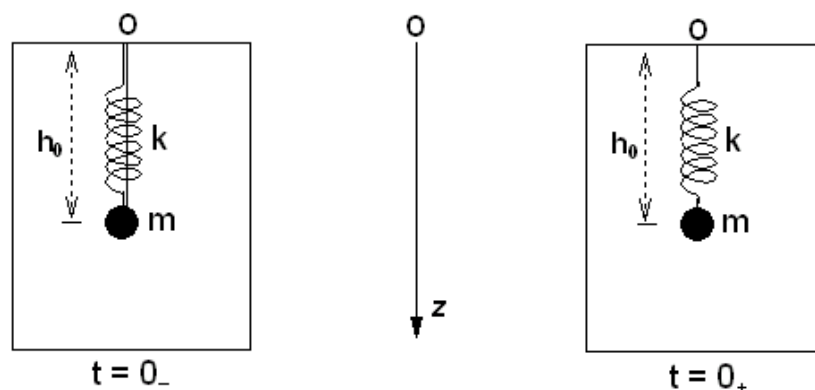
Problema: Una molla ideale di costante elastica $k = 300 \text{ Nm}^{-1}$ e lunghezza a riposo $l_0 = 1 \text{ m}$ pende verticalmente avendo un'estremità fissata ad un punto O fisso del piano verticale. Un corpo puntiforme di massa $m = 5.1 \text{ kg}$ è attaccato all'estremità libera di essa e un secondo corpo puntiforme di massa $M = m$ è collegato tramite una fune ideale (priva di massa e inestensibile) al corpo di massa m . Il sistema si trova inizialmente in configurazione verticale e in equilibrio con le due masse m e M in quiete. All'istante $t = 0$, la fune che collega le due masse si spezza e il corpo di massa m inizia a muoversi sotto l'azione delle forze agenti su di esso. Calcolare nel sistema di riferimento Oz , con l'asse z orientato verso il basso:

- la tensione della fune prima della sua rottura;
- la deformazione della molla per $t < 0$;
- l'equazione del moto della massa m per $t > 0$;
- la legge oraria del moto della massa m per $t > 0$, in relazione alle condizioni a $t = 0$.



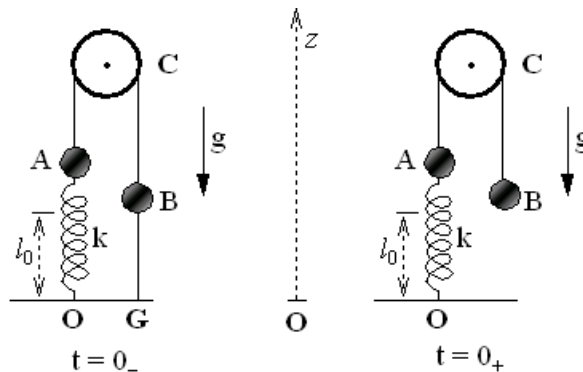
Problema: Un corpo puntiforme di massa $m = 5 \text{ kg}$ pende verticalmente dal soffitto di una stanza essendo attaccato all'estremità inferiore di una molla di costante elastica $k = 196 \text{ Nm}^{-1}$ e lunghezza a riposo $l_0 = 0.60 \text{ m}$, disposta verticalmente e avente l'estremità superiore vincolata ad un punto fisso O del soffitto. Il corpo viene mantenuto in quiete a una distanza $h_0 = 0.75 \text{ m}$ dal punto O mediante un filo inestensibile e privo di massa che pende esso stesso dal punto O . All'istante $t = 0$ il filo si spezza e il corpo inizia a muoversi di moto oscillatorio. Calcolare nel sistema di riferimento Oz , con l'asse z orientato verso il basso:

- la tensione T del filo per $t < 0$;
- l'equazione del moto del corpo per $t > 0$;
- la legge oraria del moto oscillatorio per $t > 0$, tenendo conto delle condizioni al tempo $t = 0$;
- la velocità v del corpo quando passa per la seconda volta dalla sua posizione di equilibrio.



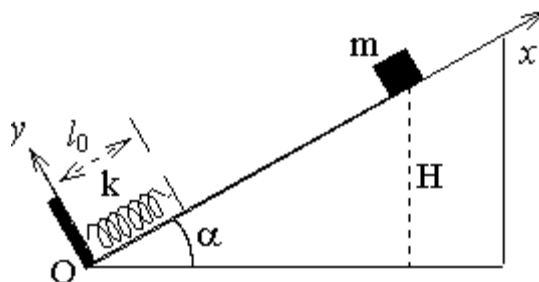
Problema: Nel sistema rappresentato in figura un corpo A di massa $m = 2.5 \text{ kg}$ è ancorato all'estremità di una molla, avente lunghezza di riposo $l_0 = 0.6 \text{ m}$ e costante elastica $k = 196 \text{ Nm}^{-1}$ disposta verticalmente e avente l'altra estremità agganciata ad un punto fisso O del piano orizzontale. Un filo inestensibile che passa nella gola di una carrucola disposta verticalmente collega il corpo A al corpo B, pure di massa $m = 2.5 \text{ kg}$, che pende verticalmente essendo fissato ad una fune che lo collega ad un gancio G solidale al piano orizzontale. Le masse della fune, del filo, della molla e della carrucola C sono trascurabili rispetto alla massa dei due corpi. Il sistema è mantenuto inizialmente in condizioni di equilibrio statico e in tale condizione la molla ha lunghezza $z_0 = 0.8 \text{ m}$. All'istante $t = 0$ la fune si spezza e il sistema A+B inizia a muoversi in direzione verticale. Calcolare nel sistema di riferimento Oz:

- la tensione iniziale del filo che collega i due corpi A e B;
- la tensione iniziale della fune che collega il corpo B al gancio G;
- l'equazione del moto del sistema A+B per $t > 0$;
- la legge oraria A del moto del corpo per $t > 0$.



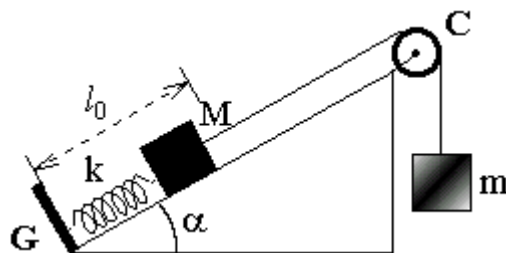
Problema: Un corpo puntiforme di massa $m = 1.2 \text{ kg}$ è posto in quiete su un piano inclinato liscio, formante un angolo $\alpha = 30^\circ$ con il piano orizzontale. All'istante $t = 0$ il corpo, che si trova ad una quota $H = 2.4 \text{ m}$ misurata rispetto al piano orizzontale, viene lasciato libero di scivolare lungo il piano inclinato con velocità iniziale nulla. Il corpo durante il suo moto si aggancia all'estremità libera di una molla, disposta sul piano inclinato e inizialmente non deformata, di lunghezza $l_0 = 1.2 \text{ m}$ e costante elastica $k = 150 \text{ Nm}^{-1}$, mentre l'altra estremità della molla è fissata ad una parete solidale con il piano inclinato. Calcolare:

- la velocità con cui il corpo tocca la molla;
- l'equazione del moto del corpo dopo l'aggancio con la molla;
- la legge oraria del moto oscillatorio del corpo.



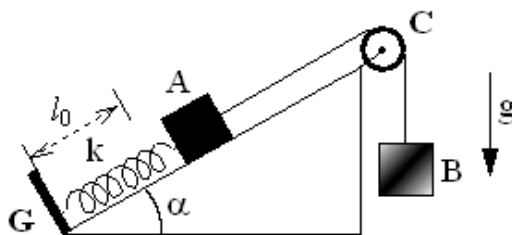
Problema: Nel sistema rappresentato in figura un corpo di massa $M = 8 \text{ kg}$, posto su un piano inclinato liscio formante un angolo $\alpha = 30^\circ$ con l'orizzontale, è collegato con un filo inestensibile avente massa trascurabile ad un altro corpo B di massa $m = 2.5 \text{ kg}$, che pende verticalmente. Il corpo di massa M è ancorato all'estremità di una molla, avente lunghezza di riposo $l_0 = 0.8 \text{ m}$ e costante elastica $k = 196 \text{ Nm}^{-1}$. L'altra estremità della molla è fissata ad un gancio G solidale al piano inclinato. Le masse del filo, della molla e della carrucola C sono trascurabili rispetto alle masse dei due corpi. Il sistema è in condizioni di equilibrio statico. Calcolare, usando un sistema di riferimento Oxy con l'origine O ancorata al gancio G e l'asse x parallelo al piano inclinato:

- la posizione di equilibrio x_{eq} del corpo di massa M sul piano inclinato;
- la tensione del filo;
- le componenti, parallela e perpendicolare al piano inclinato, delle reazioni vincolari \mathbf{R}_1 e \mathbf{R}_2 sviluppate dal gancio G e dalla carrucola C.



Problema: Nel sistema rappresentato in figura un corpo A di massa $m = 5 \text{ kg}$, posto su un piano inclinato liscio formante un angolo $\alpha = 30^\circ$ con l'orizzontale, ed è fissato all'estremità di una molla, avente lunghezza di riposo $l_0 = 0.8 \text{ m}$ e costante elastica $k = 196 \text{ Nm}^{-1}$. L'altra estremità della molla è fissata ad un gancio G solidale al piano inclinato. Un filo inestensibile che passa nella gola di una carrucola disposta verticalmente collega il corpo A al corpo B pure di massa $m = 5 \text{ kg}$ che pende verticalmente. Le masse del filo, della molla e della carrucola C sono trascurabili rispetto alla massa dei due corpi. Il sistema è inizialmente in condizioni di equilibrio statico. All'istante $t = 0$ il filo si spezza e il corpo A inizia a muoversi lungo il piano inclinato. Calcolare nel sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy con l'origine O ancorata al gancio G e l'asse x parallelo al piano inclinato:

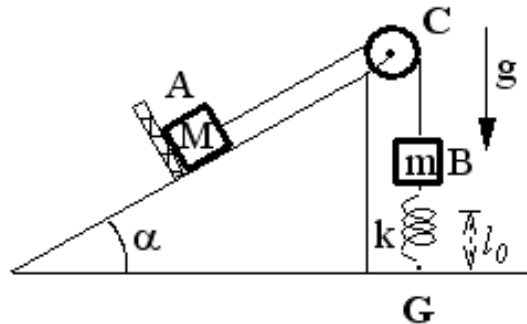
- la tensione iniziale del filo;
- la posizione di equilibrio iniziale del corpo A sul piano inclinato;
- la sua equazione del moto lungo il piano inclinato per $t > 0$;
- la sua legge oraria del moto per $t > 0$.



Problema: Nel sistema rappresentato in figura un corpo A di massa $M = 5 \text{ kg}$, è posto su un piano inclinato liscio di lunghezza $L = 1.2 \text{ m}$ e formante un angolo $\alpha = 30^\circ$ con l'orizzontale, ed è mantenuto in quiete nel punto di mezzo del piano stesso tramite un opportuno appoggio. Un filo inestensibile che passa nella gola di una carrucola disposta verticalmente collega il corpo A a un secondo corpo B di massa $m = 1 \text{ kg}$ che pende verticalmente ed è collegato all'estremità di una molla, in configurazione verticale, avente lunghezza di riposo $l_0 = 0.2 \text{ m}$ e costante elastica $k = 100 \text{ Nm}^{-1}$. L'altra estremità della molla è fissata ad un gancio G del piano orizzontale. Le masse del filo, della molla e della carrucola C sono trascurabili rispetto

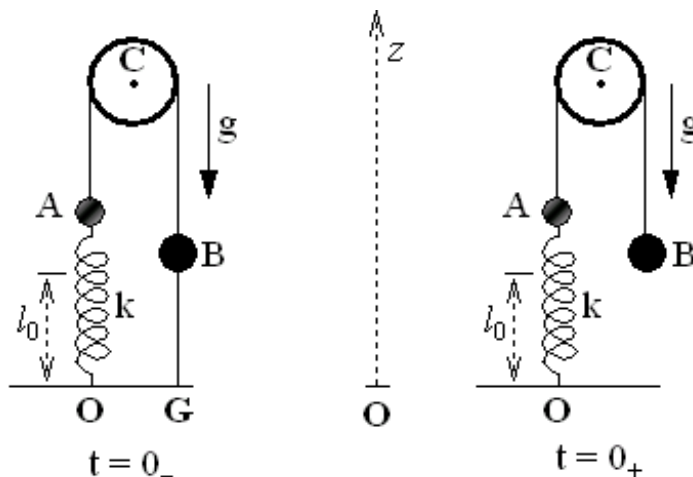
alla massa dei due corpi. Il sistema è inizialmente in condizioni di equilibrio statico, con la molla avente lunghezza $x_0 = 0.3 \text{ m}$. All'istante $t = 0$ l'appoggio viene rimosso e il corpo A inizia a muoversi lungo il piano inclinato. Calcolare nel sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy con l'origine O posta sul gancio G e con l'asse x perpendicolare al piano orizzontale e orientato verso l'alto:

- la tensione iniziale del filo;
- la reazione sviluppata dall'appoggio sul corpo A;
- l'equazione del moto del sistema A+B per $t > 0$;
- la legge oraria del moto del sistema A+ B per $t > 0$.



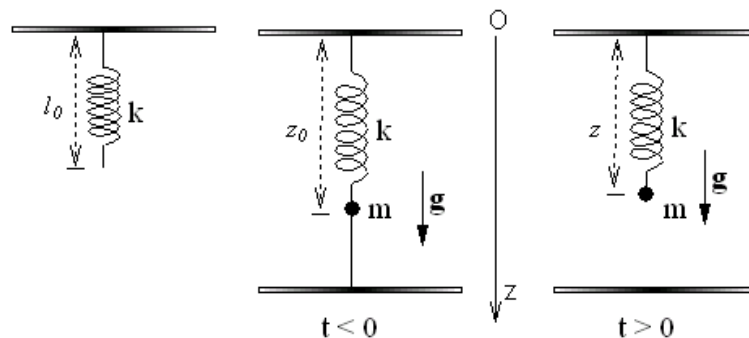
Problema: Nel sistema rappresentato in figura un corpo A di massa $m = 2 \text{ kg}$ è fissato all'estremità di una molla, avente lunghezza di riposo $l_0 = 0.4 \text{ m}$ e costante elastica $k = 196 \text{ Nm}^{-1}$ disposta verticalmente e avente l'altra estremità fissata ad un punto fisso O del piano orizzontale. Un filo inestensibile che passa nella gola di una carrucola disposta verticalmente collega il corpo A al corpo B di massa $M = 3 \text{ kg}$ che pende verticalmente essendo fissato pure all'estremità di una fune che lo vincola ad un gancio G solidale al piano orizzontale. Le masse della fune, del filo, della molla e della carrucola C sono trascurabili rispetto alla massa dei due corpi. Il sistema si trova inizialmente in condizioni di equilibrio statico e in tale condizione la molla ha lunghezza $z_0 = 0.6 \text{ m}$. All'istante $t = 0$ la fune si spezza e il sistema A+B inizia a muoversi in direzione verticale. Calcolare nel sistema di riferimento cartesiano Oz :

- la tensione iniziale del filo che collega i due corpi A e B;
- la tensione della fune che collega il corpo B al gancio G;
- l'equazione del moto del sistema A+B per $t > 0$;
- la posizione di equilibrio del corpo A e la sua frequenza di oscillazione per $t > 0$.



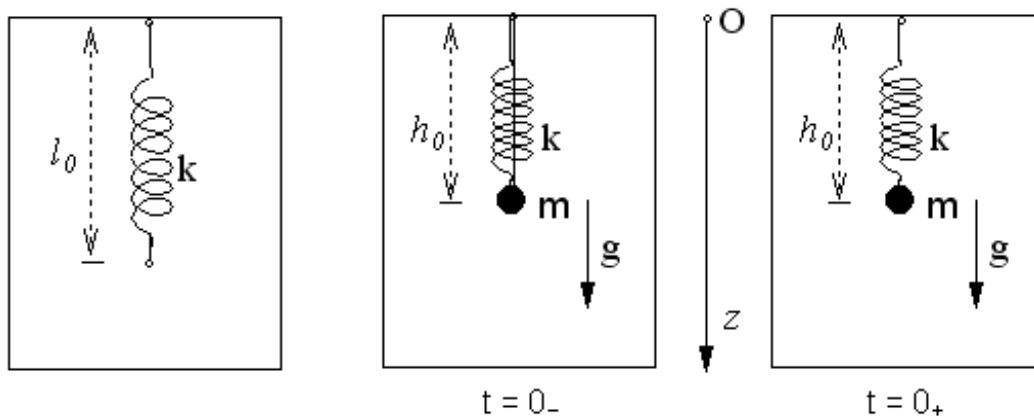
Problem: Un corpo puntiforme di massa $m = 5 \text{ kg}$ pende verticalmente da un punto O essendo attaccato all'estremità libera di una molla di costante elastica $k = 280 \text{ Nm}^{-1}$ e di lunghezza di riposo $l_0 = 0.6 \text{ m}$. Inizialmente il corpo si trova in quiete ad una distanza $z_0 = 0.8 \text{ m}$ dal punto O essendo mantenuto in tale posizione da un filo ideale teso, in configurazione verticale e fissato al punto G del pavimento. All'istante $t = 0$ il filo si spezza e il corpo, non più in equilibrio, inizia a muoversi in direzione verticale. Calcolare nel sistema di riferimento Oz con l'asse z orientato verso il basso:

- la tensione del filo prima della sua rottura;
- l'equazione del moto del corpo per $t > 0$;
- la legge oraria del moto;
- la distanza minima dal punto O raggiunta dal corpo durante il suo moto.



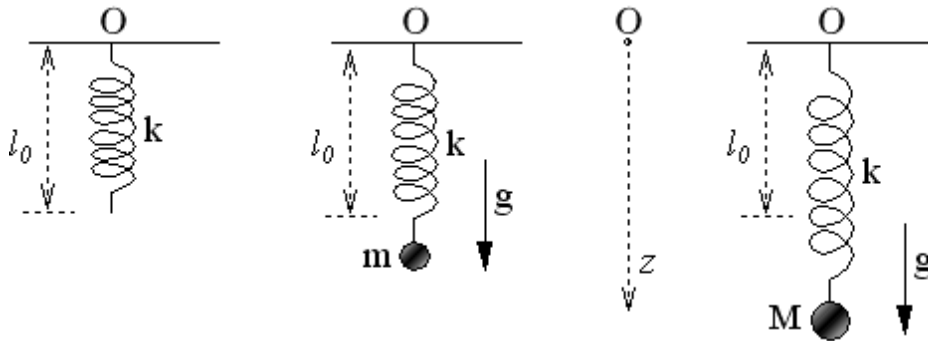
Problema: Un corpo puntiforme di massa $m = 2 \text{ kg}$ pende verticalmente dal soffitto di una stanza essendo attaccato all'estremità inferiore di una molla di costante elastica $k = 196 \text{ N/m}$ e lunghezza a riposo $l_0 = 0.6 \text{ m}$, disposta verticalmente e avente l'estremità superiore vincolata ad un punto fisso O del soffitto. Il corpo viene mantenuto in quiete a una distanza $h_0 = 0.5 \text{ m}$ dal punto O mediante un filo inestensibile e privo di massa che pende esso stesso dal punto O. All'istante $t = 0$ il filo si spezza e il corpo inizia a muoversi di moto oscillatorio. Calcolare nel sistema di riferimento Oz, con l'asse z orientato verso il basso:

- la tensione \mathbf{T} del filo per $t < 0$;
- l'equazione del moto del corpo per $t > 0$;
- la legge oraria del moto oscillatorio per $t > 0$, tenendo conto delle condizioni al tempo $t = 0$;
- la reazione $\mathbf{R}(t)$ esercitata da perno O durante il moto del corpo.



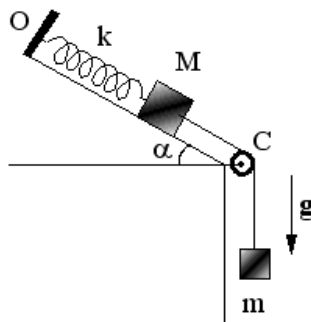
Problema: Una molla ideale, di lunghezza a riposo $l_0 = 1$ m, è sospesa per un'estremità ad un punto fisso O del soffitto e una massa $m = 50$ g è attaccata alla sua estremità libera. Quando la massa raggiunge la posizione di equilibrio la molla risulta allungata di 10 cm. Calcolare:

- il valore della costante elastica k della molla;
- l'equazione del moto di una massa $M = 75$ g attaccata alla molla al posto della massa m ;
- l'allungamento della molla quando la massa M è in posizione di equilibrio;
- la legge oraria del moto della massa M nel caso in cui la molla venga allungata di 2 volte il valore di cui al punto c), e successivamente lasciata libera dallo stato di quiete;
- la distanza minima dal punto di sospensione O raggiunta dalla massa M durante il moto.



Problema: Un corpo puntiforme di massa $M = 1.2$ kg è appoggiato su un piano inclinato liscio, formate un angolo $\alpha = 30^\circ$ con il piano orizzontale, ed è collegato al corpo puntiforme di massa $m = 0.6$ kg che pende verticalmente, come indicato in figura, tramite un filo ideale e di massa trascurabile, passante per la gola di una carrucola, pure di massa trascurabile. Il corpo di massa M è fissato ad una delle estremità di una molla ideale di costante elastica $k = 78.4$ Nm^{-1} e di lunghezza a riposo $l_0 = 45$ cm avente l'altra estremità ancorata ad punto fisso O di un battente posto alla sommità del piano inclinato. Inizialmente il sistema si trova in quiete nella posizione di equilibrio. All'istante $t = 0$ il filo si spezza e il corpo massa M inizia a muoversi. Calcolare:

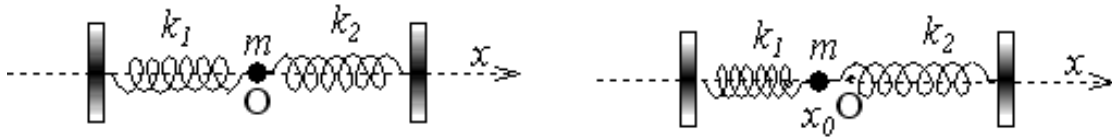
- l'elongazione iniziale della molla;
- l'equazione del moto del corpo di massa M ;
- la legge oraria del moto del corpo di massa M ;
- la reazione sviluppata dal vincolo in O durante il moto del corpo di massa M .



Problema: Un corpo puntiforme di massa $M = 0.5$ kg, appoggiato ad un piano orizzontale liscio, è attaccato alle estremità di due a molle ideali, di costanti elastiche $k_1 = 110$ Nm^{-1} e $k_2 = 128$ Nm^{-1} , rispettivamente, e disposte in configurazione orizzontale da parti opposte rispetto al corpo puntiforme. Quando il corpo è nell'origine O, entrambe le molle sono in condizioni di riposo e il punto è in quiete. Se si sposta il punto di una quantità $x_0 = -0.12$ m e lo si lascia libero da fermo, esso descrive un moto oscillatorio armonico semplice attorno all'origine O.

Determinare:

- l'equazione del moto del corpo puntiforme;
- il periodo di oscillazione dello stesso;
- la sua legge oraria del moto;
- la velocità v quando passa per la prima volta dall'origine O.



Problema: Nel sistema rappresentato in figura un corpo puntiforme A di massa $m = 2$ kg, posto su un piano orizzontale liscio, è attaccato all'estremità di una molla, in configurazione orizzontale, di lunghezza a riposo $l_0 = 0.6$ m e costante elastica $k = 196$ Nm^{-1} , avente l'altra estremità ancorata ad un punto fisso O. Al corpo A è legato un filo ideale di massa trascurabile, che passa nella gola di una carrucola C, assimilabile ad un disco di massa $M = 8$ kg e raggio $R = 0.3$ m, disposta nel piano verticale e imperniata tramite una cerniera ad un asse di rotazione orizzontale fisso, passante per il suo centro. All'altra estremità del filo è attaccato un secondo corpo puntiforme B di massa $m = 2$ kg che pende verticalmente, e che inizialmente è pure ancorato ad un gancio G solidale al piano orizzontale tramite una fune disposta in configurazione verticale. Le masse della fune, del filo e della molla sono trascurabili rispetto alle masse dei due corpi e della carrucola. Il sistema è mantenuto inizialmente in condizioni di equilibrio statico e in tale condizione iniziale la molla deformata ha lunghezza $L = 0.9$ m. All'istante $t = 0$ la fune si spezza e i due corpi si muovono con moto rettilineo, mentre la carrucola inizia a ruotare intorno al suo asse di simmetria principale per l'azione esercitata dal filo che non può scivolare su di essa. Determinare:

- il diagramma delle forze agenti sulle singole masse che formano il sistema per $t < 0$;
 - la tensione del filo che collega i due corpi A e B per $t < 0$;
- la tensione della fune che collega il corpo B al gancio G per $t < 0$,
- la reazione sviluppata dall'asse di rotazione per il centro della puleggia per $t < 0$;
- il diagramma delle forze agenti sulle singole masse che formano il sistema per $t > 0$;
- l'equazione del moto del sistema per $t > 0$;
- la legge oraria del moto del corpo A per $t > 0$;
- il periodo di oscillazione del sistema;
- la reazione sviluppata del vincolo in O per $t > 0$;
- il valore massimo dell'accelerazione angolare della carrucola.

