

Compito di prova di Logica (m) 2

Esercizio 1: Dimostrare le seguenti ricorrendo alle regole di \mathcal{F} (dove gli enunciati che eventualmente precedono \vdash sono le premesse e quello che segue è la conclusione):

1.1 $\text{Cube}(a), \neg\text{Cube}(a) \vdash \text{Cube}(b)$

1.2 $\vdash \neg(Q \wedge ((P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P))$

1.3 $\vdash \neg(P \leftrightarrow \neg P)$

1.4 $P \vdash P \wedge (Q \vee P)$

Esercizio 2: Offrire le tavole di verità delle seguenti:

2.1 $(P \wedge Q) \vee (P \rightarrow Q)$

2.2 $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg Q$

Esercizio 3: Partendo dai seguenti enunciati, giungere a un enunciato in forma normale (coniuntiva o disgiuntiva, secondo la richiesta) mediante successiva applicazione di note equivalenze quali le leggi di De Morgan, $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$, ecc.

3.1 $(P \wedge \neg(Q \vee P)) \vee (R \vee \neg(P \wedge Q))$ (Forma normale congiuntiva)

3.2 $\neg(P \rightarrow Q) \wedge (P \vee \neg Q)$ (Forma normale disgiuntiva)

Esercizio 4: Tradurre le seguenti in un linguaggio del primo ordine:

4.1 Ada ama Ivo.

4.2 Nessun greco ama Ada.

4.3 Ivo è greco e Ada lo ama.

4.4 Ivo e Ada sono greci.

Ad es., 'Ada ama qualche greco' può essere reso come
 $\exists x(\text{Ama}(\text{ada}, x) \wedge \text{Greco}(x))$