

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia A

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Tizio ha di fronte a sè 3 scatole, contenenti 5 penne rosse e 6 penne blu, 4 penne rosse e 5 penne blu e 3 penne rosse e 2 penne blu, rispettivamente. Tizio è indeciso sulla scelta della scatola da cui estrarre la penna che gli serve, allora prende le carte di fiori da un mazzo di carte francesi e ne sceglie una a caso. Se la carta estratta va dall'asso al cinque, estrae dalla prima scatola; se va dal sei al dieci, estrae dalla seconda, altrimenti dalla terza.

Qual è la probabilità che la carta estratta abbia un valore compreso tra 1 e 5, sapendo che la penna con cui Tizio scriverà è blu?

Esercizio 2. Un'urna contiene $n = 8$ palline numerate, da 1 ad n . Ne vengono estratte $k = 3$, senza reinserimento.

1. Quante sono le possibili k -uple ordinate?
2. Quante k -uple ordinate contengono la pallina con il numero $j = 3$ nella j -sima posizione?
3. Rispondere ai quesiti precedenti, supponendo che l'estrazione avvenga con reinserimento.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad 0 \leq x < \infty.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per λ .

Esercizio 4. Spiegare cosa si intende per *dipendenza statistica tra caratteri* e descrivere com'è fatto e cosa rappresenta l'indice quadratico di connessione χ^2 .

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia B

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Un allevatore di pastori tedeschi è in possesso di $n = 12$ esemplari, il cui peso è riassunto nella seguente tabella:

cane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
peso (Kg)	42	50	48	64	68	68	48	50	64	48	68	48

Inoltre, sia Y la v.a. che rappresenta la quantità di cibo usato per sfamare i pastori tedeschi, le cui occorrenze sono y_1, \dots, y_n . Si ha

$$\sum_{i=1}^n y_i = 1680 .$$

1. Calcolare la distribuzione di frequenza, la media e la moda per la variabile *peso*.
2. Supponendo che la quantità Z di cibo realmente utilizzato per sfamare i cani è inferiore del 10% rispetto alla quantità Y nota, determinare il valor medio di Z .

Esercizio 2. Dopo un'indagine statistica su un campione di $N = 200$ studenti del C.d.L. in Informatica per stabilire se gli studenti giocano a calcio oppure no, si ha che

$$\sum_{i=1}^N x_i = 120 ,$$

essendo $x_i, i = 1, \dots, N$ le occorrenze della v.a. X .

1. Proporre uno stimatore per il valore atteso di X e calcolare la relativa stima.
2. Confrontare lo stimatore ottenuto al punto precedente con il seguente

$$T = \frac{1}{N}[4Y_1 + Y_2 + 3Y_3],$$

verificandone la correttezza e calcolandone, eventualmente, la distorsione.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \alpha x^{-(1+\alpha)} e^{-x}, \quad x > 0.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per α .

Esercizio 4. Descrivere le proprietà di una v.a. geometrica ed, in particolare, la proprietà di assenza di memoria.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia C

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Tizio ha di fronte a sè 3 scatole, contenenti 3 penne rosse e 6 penne blu, 6 penne rosse e 2 penne blu e 4 penne rosse e 2 penne blu, rispettivamente. Tizio è indeciso sulla scelta della scatola da cui estrarre la penna che gli serve, allora prende le carte di fiori da un mazzo di carte francesi e ne sceglie una a caso. Se la carta estratta va dall'asso al cinque, estrae dalla prima scatola; se va dal sei al dieci, estrae dalla seconda, altrimenti dalla terza.

Qual è la probabilità che la carta estratta abbia un valore compreso tra jack e K, sapendo che la penna con cui Tizio scriverà è rossa?

Esercizio 2. Un'urna contiene $n = 6$ palline numerate, da 1 ad n . Ne vengono estratte $k = 4$, senza reinserimento.

1. Quante sono le possibili k -uple ordinate?
2. Quante k -uple ordinate contengono la pallina con il numero $j = 2$ nella j -sima posizione?
3. Rispondere ai quesiti precedenti, supponendo che l'estrazione avvenga con reinserimento.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per σ per il c.c.s. $\{2, 3\}$.

Esercizio 4. Spiegare dettagliatamente le differenze tra disposizioni e combinazioni (semplici e con ripetizione).

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia D

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Un allevatore di rottweiler è in possesso di $n = 10$ esemplari, il cui peso è riassunto nella seguente tabella:

cane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
peso (Kg)	44	52	56	44	50	52	56	52	44	44

Inoltre, sia Y la v.a. che rappresenta la quantità di cibo usato per sfamare i pastori tedeschi, le cui occorrenze sono y_1, \dots, y_n . Si ha

$$\sum_{i=1}^n y_i = 1250 .$$

1. Calcolare la distribuzione di frequenza, la media e la moda per la variabile *peso*.
2. Supponendo che la quantità Z di cibo realmente utilizzato per sfamare i cani è superiore del 5% rispetto alla quantità Y nota, determinare il valor medio di Z .

Esercizio 2. Dopo un'indagine statistica su un campione di $N = 150$ studenti del C.d.L. in Informatica per stabilire se gli studenti giocano a tennis oppure no, si ha che

$$\sum_{i=1}^N x_i = 90 ,$$

essendo $x_i, i = 1, \dots, N$ le occorrenze della v.a. X .

1. Proporre uno stimatore per il valore atteso di X e calcolare la relativa stima.
2. Confrontare lo stimatore ottenuto al punto precedente con il seguente

$$T = \frac{1}{N}[Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3],$$

verificandone la correttezza e calcolandone, eventualmente, la distorsione.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \frac{1}{\pi[1 + (x - \theta)^2]}, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per θ per il c.c.s. $\{-1, 1\}$.

Esercizio 4. Spiegare come si costruisce un intervallo di confidenza per la media, nel caso di varianza nota.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia E

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Tizio ha di fronte a sè 3 scatole, contenenti 3 penne rosse e 3 penne blu, 4 penne rosse e 2 penne blu e 7 penne rosse e 1 penna blu, rispettivamente. Tizio è indeciso sulla scelta della scatola da cui estrarre la penna che gli serve, allora prende le carte di fiori da un mazzo di carte francesi e ne sceglie una a caso. Se la carta estratta va dall'asso al cinque, estrae dalla prima scatola; se va dal sei al dieci, estrae dalla seconda, altrimenti dalla terza.

Qual è la probabilità che la carta estratta abbia un valore compreso tra 6 e 10, sapendo che la penna con cui Tizio scriverà è blu?

Esercizio 2. Un'urna contiene $n = 12$ palline numerate, da 1 ad n . Ne vengono estratte $k = 5$, senza reinserimento.

1. Quante sono le possibili k -uple ordinate?
2. Quante k -uple ordinate contengono la pallina con il numero $j = 4$ nella j -sima posizione?
3. Rispondere ai quesiti precedenti, supponendo che l'estrazione avvenga con reinserimento.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \alpha x^{-(1+\alpha)} e^{-x}, \quad x > 0.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per α .

Esercizio 4. Descrivere dettagliatamente la classificazione dei caratteri e dei tipi di dati.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia F

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Un allevatore di beagle è in possesso di $n = 15$ esemplari, il cui peso è riassunto nella seguente tabella:

cane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
peso (Kg)	25	33	30	25	28	28	33	33	31	25	33	25	28	35	33

Inoltre, sia Y la v.a. che rappresenta la quantità di cibo usato per sfamare i pastori tedeschi, le cui occorrenze sono y_1, \dots, y_n . Si ha

$$\sum_{i=1}^n y_i = 995 .$$

1. Calcolare la distribuzione di frequenza, la media e la moda per la variabile *peso*.
2. Supponendo che la quantità Z di cibo realmente utilizzato per sfamare i cani è inferiore del 15% rispetto alla quantità Y nota, determinare il valor medio di Z .

Esercizio 2. Dopo un'indagine statistica su un campione di $N = 250$ studenti del C.d.L. in Informatica per stabilire se gli studenti giocano a basket oppure no, si ha che

$$\sum_{i=1}^N x_i = 220 ,$$

essendo $x_i, i = 1, \dots, N$ le occorrenze della v.a. X .

1. Proporre uno stimatore per il valore atteso di X e calcolare la relativa stima.
2. Confrontare lo stimatore ottenuto al punto precedente con il seguente

$$T = \frac{1}{N}[Y_1 + Y_2 + Y_3],$$

verificandone la correttezza e calcolandone, eventualmente, la distorsione.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per σ per il c.c.s. $\{2, 3\}$.

Esercizio 4. Descrivere dettagliatamente le differenze tra errore di primo tipo ed errore di secondo tipo.

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia G

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Tizio ha di fronte a sè 3 scatole, contenenti 4 penne rosse e 7 penne blu, 2 penne rosse e 2 penne blu e 4 penne rosse e 3 penne blu, rispettivamente. Tizio è indeciso sulla scelta della scatola da cui estrarre la penna che gli serve, allora prende le carte di fiori da un mazzo di carte francesi e ne sceglie una a caso. Se la carta estratta va dall'asso al cinque, estrae dalla prima scatola; se va dal sei al dieci, estrae dalla seconda, altrimenti dalla terza.

Qual è la probabilità che la carta estratta abbia un valore compreso tra 1 e 5, sapendo che la penna con cui Tizio scriverà è rossa?

Esercizio 2. Un'urna contiene $n = 9$ palline numerate, da 1 ad n . Ne vengono estratte $k = 3$, senza reinserimento.

1. Quante sono le possibili k -uple ordinate?
2. Quante k -uple ordinate contengono la pallina con il numero $j = 1$ nella j -sima posizione?
3. Rispondere ai quesiti precedenti, supponendo che l'estrazione avvenga con reinserimento.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \frac{1}{\pi[1 + (x - \theta)^2]}, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per θ per il c.c.s. $\{-1, 1\}$.

Esercizio 4. Spiegare cosa si intende per *dipendenza statistica tra caratteri* e descrivere com'è fatto e cosa rappresenta l'indice di correlazione di Pearson η^2 .

Prova scritta di Probabilità e Statistica – traccia H

15 Febbraio 2016

Saranno valutate solo le risposte con la giustificazione del risultato.

Esercizio 1. Un allevatore di coker spaniel è in possesso di $n = 18$ esemplari, il cui peso è riassunto nella seguente tabella:

cane	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
peso (Kg)	21	23	27	29	27	30	29	25	27	30	31	30	27	21	25	35	29	30

Inoltre, sia Y la v.a. che rappresenta la quantità di cibo usato per sfamare i pastori tedeschi, le cui occorrenze sono y_1, \dots, y_n . Si ha

$$\sum_{i=1}^n y_i = 1450 .$$

1. Calcolare la distribuzione di frequenza, la media e la moda per la variabile *peso*.
2. Supponendo che la quantità Z di cibo realmente utilizzato per sfamare i cani è superiore del 10% rispetto alla quantità Y nota, determinare il valor medio di Z .

Esercizio 2. Dopo un'indagine statistica su un campione di $N = 180$ studenti del C.d.L. in Informatica per stabilire se gli studenti giocano a pallavolo oppure no, si ha che

$$\sum_{i=1}^N x_i = 135 ,$$

essendo $x_i, i = 1, \dots, N$ le occorrenze della v.a. X .

1. Proporre uno stimatore per il valore atteso di X e calcolare la relativa stima.
2. Confrontare lo stimatore ottenuto al punto precedente con il seguente

$$T = \frac{1}{N}[5Y_1 + 5Y_2 + 5Y_3] ,$$

verificandone la correttezza e calcolandone, eventualmente, la distorsione.

Esercizio 3. Sia X una v.a. continua, con densità di probabilità

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad 0 \leq x < \infty .$$

Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per λ .

Esercizio 4. Enunciare la *Legge dei grandi numeri* e spiegarne il significato.