

## Misure di posizione

## INDICI DI POSIZIONE

(measures of location or central tendency)

1. MODA
2. MEDIA
3. MEDIANA



### MODA

E' la scelta fatta dalla maggioranza della popolazione, lo stile che "tutti" seguono

**in statistica non è diverso**

Si definisce moda di un insieme di dati o di una distribuzione di frequenza la modalità, il valore (o l'intervallo di classe) della variabile a cui corrisponde la massima frequenza.

esempio: (50 neonati)

modalità $x_i$	frequenza assoluta $n_i$	frequenza relativa $p_i$	frequenza relativa percentuale $p_i$ (%)
normale	35	0.70	70%
forcipe	1	0.02	2%
cesareo	14	0.28	28%
TOTALE	50	1.00	100%

MODA o classe modale



### ESERCIZIO

I dati seguenti si riferiscono all'abitudine al fumo in un campione di 168 soggetti senza bronchite cronica di età 20-44 anni:



	frequenza assoluta
non fumatore	74
ex fumatore	37
moderato fumatore	34
forte fumatore	23
Totale	168

Determinate la moda della distribuzione.



## SOLUZIONE

	frequenza assoluta	assoluta cumulata
non fumatore	74	74
ex fumatore	37	111
moderato fumatore	34	145
forte fumatore	23	168
Totale	168	

CALCOLO DELLA MODA

massima frequenza assoluta



MODA:  
non fumatore



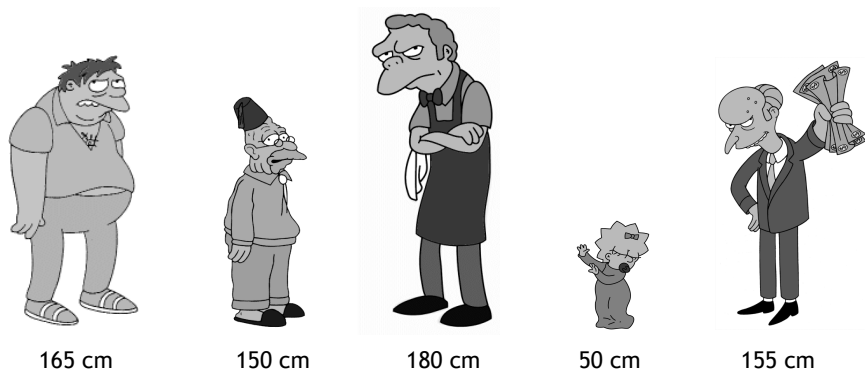
SESIM

## MEDIANA

- Il valore centrale di una serie **ORDINATA** di dati
- Le osservazioni vengono separate dal valore mediano in due parti numericamente uguali

es. sulla mediana

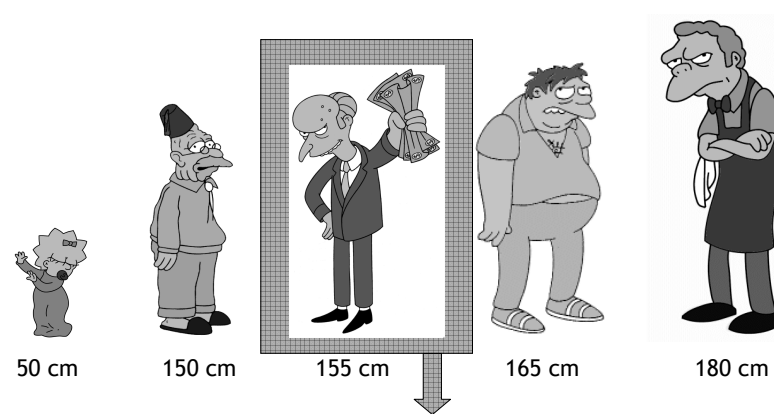
campione di 5 unità  
variabile d'interesse = altezza



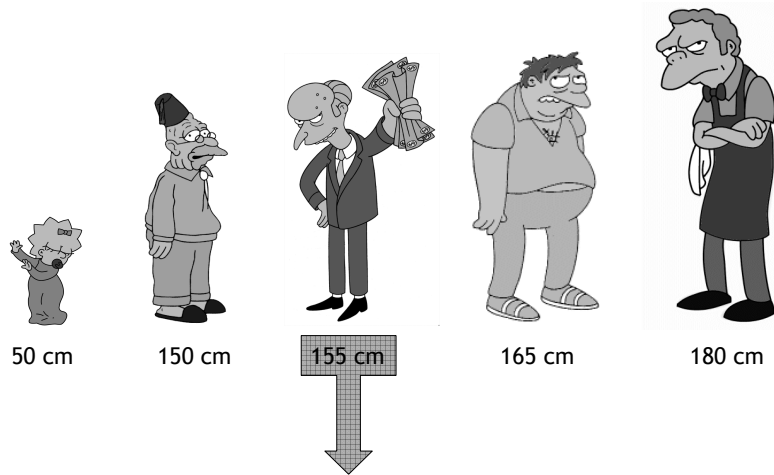
1. ordino le unità secondo un ordine crescente di altezza

es. sulla mediana

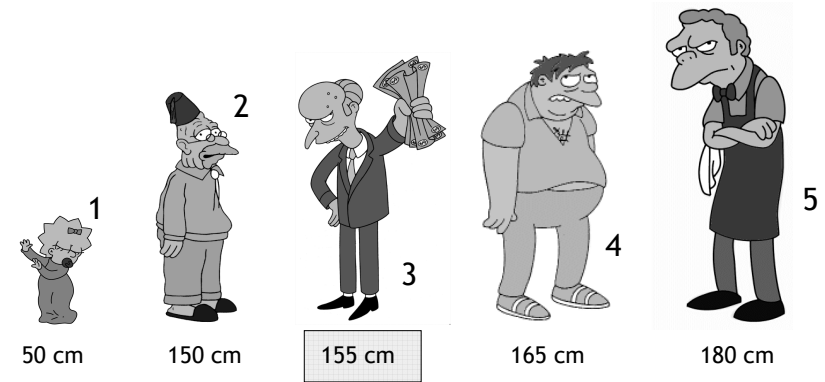
campione di 5 unità  
variabile d'interesse = altezza



2. identifico l'unità centrale nella serie ordinata di dati



2. la mediana è il **VALORE** che la variabile altezza assume sull'unità che divide il campione in due parti numericamente uguali



**NB:** le misure di posizione sono *valori*, NON *frequenze*!

Frequenza cardiaca in 9 pazienti con arresto respiratorio

167	150	125	120	150
150	40	136	120	

Ordino i dati:

				mediana				
40	120	120	125	136	150	150	150	167
1	2	3	4	5	6	7	8	9
				posizione				

• n° dispari di osservazioni

Mediana  $\Rightarrow$  valore nella posizione

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{9+1}{2}$$

Volume plasmatico di 8 maschi adulti sani (dati ordinati)

2,62; 2,75; 2,76; 2,86;  
3,05; 3,12; 3,37; 3,49.

Mediana  $\Rightarrow \frac{2,86 + 3,05}{2} = 2,96$

• n° pari di osservazioni

MEDIANA  $\Rightarrow$  media tra i valori nelle posizioni

$$\frac{N}{2} \text{ e } \frac{N+1}{2} \rightarrow \frac{8}{2} \text{ e } \frac{8}{2} + 1 \rightarrow 5$$

4

# MEDIA ARITMETICA

La media aritmetica di un insieme di osservazioni è pari alla somma dei **valori** diviso il numero totale delle osservazioni

Formalmente: siano  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  le osservazioni della variabile X su un campione di  $n$  unità statistiche, allora

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

esempio:  
(8 osservazioni)

	5	16	13	27	11	5	13	13
	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$

$$\bar{x} = (5+16+13+27+11+5+13+13)/8 = 103/8 = 12.9$$



Volume plasmatico di 8 maschi adulti sani:

2,75;      2,86;      3,37;      2,76;      2,62;  
3,43;      3,05;      3,12 litri

Media

$$\frac{2,75 + 2,86 + 3,37 + 2,76 + \dots}{8} = 3,001$$

$$\text{Media} = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\sum x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n$$

## Esercizio

- Un gruppo di pazienti presentano i seguenti livelli di glucosio nel sangue: 62, 78, 79, 80, 82, 82, 83, 85, 87, 91, 96, 97, 97, 97, 101, 120, 135, 180, 270, 400.

Calcolate media, moda e mediana per questo gruppo di dati.

Media= 120.1

Moda= 97

Mediana= 93.5

## CONFRONTO TRA LE MISURE DI POSIZIONE PER UNA VARIABILE QUANTITATIVA

esempio:

Supponiamo di avere le Degenze Ospedaliere di 9 individui (*esprese in giorni*)



**CAMPIONE**      3      4      4      4      5      6      8      12      95

Moda = 4

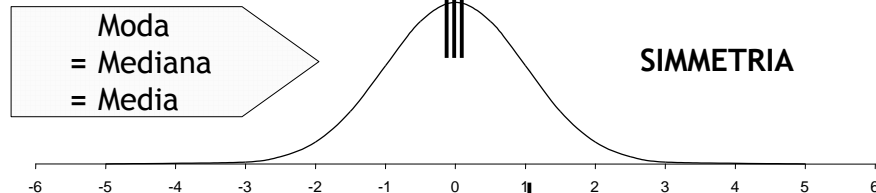
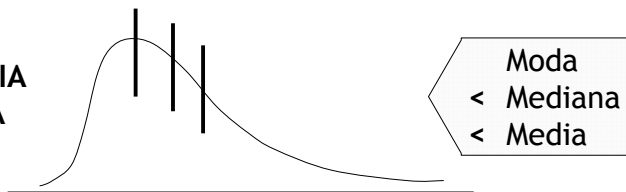
Mediana = 5

Media = 16 (senza *outliers* sarebbe circa 6)

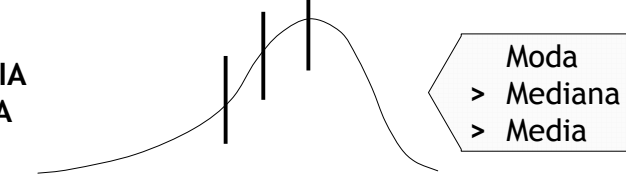
La media aritmetica è poco "robusta" in presenza di **valori anomali (outliers)**!

## RELAZIONE TRA MODA, MEDIANA E MEDIA ARITMETICA

**ASIMMETRIA  
POSITIVA**



**ASIMMETRIA  
NEGATIVA**



**Distribuzione del n° di precedenti gravidanze di un gruppo di donne tra i 30 e i 34 anni in una clinica prenatale.**

N° di precedenti gravidanze						
$x_i$	0	1	2	3	4	totale
$f_i$	18	27	31	19	5	100

0, 0, 0, 0, 0, 0 .... 1, 1, 1, .... 2, 2, 2, ....

$$\Sigma x_i \cdot f_i = 0 \cdot 18 + 1 \cdot 27 + 2 \cdot 31 + 3 \cdot 19 + 4 \cdot 5 = 166$$

$$n = \Sigma f_i = 100$$

$$\bar{x} = \frac{166}{100} = 1,66 = \frac{\Sigma x_i \cdot f_i}{\Sigma f_i}$$

**Moda = 2**

## MEDIA ARITMETICA PONDERATA - II

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2 + \dots + \bar{x}_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$



k = numero di classi

$\bar{x}_i$  = media aritmetica nella classe i-esima

$n_i$  = numerosità della classe i-esima

$\bar{x}$  = media aritmetica complessiva

esempio: *valore medio dell'altezza nei maschi e nelle femmine matricole della Facoltà di Medicina (A.A. 95/96)*

Sesso	$n_i$	$\bar{x}_i$
maschi	34	177
femmine	91	166.1
<b>Totale</b>	<b>125</b>	

$$\bar{x} = \frac{177 \cdot 34 + 166.1 \cdot 91}{125} = 169.1 \text{ cm}$$

## Esempio-Calcolo della media pesata

- Nella I settimana di aprile sono nati **10** bimbi, peso medio **3,42**; nella seconda sett. di aprile sono nati **3** bimbi, peso medio **2,83**.
- Qual è il peso medio dei bimbi nati nelle prime due settimane di aprile?
- ?  $(3,42 + 2,83) / 2 = 3,1$  ?? peso medio dei bambini nelle prime due settimane di aprile
- Otteniamo i dati originali di tutti i 13 bimbi:
- 2,9 3,5 3,8 3 2,9 4,2 3,3 3,4 3,2 4
- 2,8 2,7 3

### Esempio-Calcolo della media pesata-*continua*

- La media calcolata sui dati in dettaglio risulta **3,3** diversa da 3,1
- **3,3** è naturalmente quella vera, come ottenerla se non si conoscono i singoli dati?

$$\frac{3,42 \cdot 10 + 2,83 \cdot 3}{10 + 3} = 3,3 = \bar{x}$$

### Scala

	Nominale	Ordinale	ad Intervallo	di Rapporto
Media	/	/	→	→
Moda	→	→	→	→
Mediana	/	→	→	→