

Esercizi di Analisi Matematica II

1. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+y^2-1}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy \sin \frac{1}{xy}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2+y^2) \lg |x^2-y^2|$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^6+y^6}{(x^2+y^2)(x+y-1)}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 \sqrt{x^2+y^2}}{x^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} y + \lg(x^2+y^2),$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x+y}}{x+y}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\lg(xy)}{\sqrt{xy}}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow \infty} \frac{x+y}{x^2+y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3+y^3}{y^2-x^2}.$$

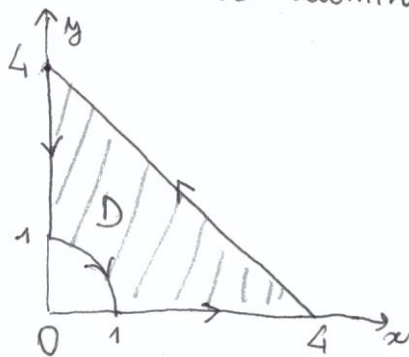
2. (i) Sia data l'equazione $x^3+y^3+x^2y-1=0$ e il punto $(0,1)=(x_0,y_0)$

verificare che sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Dini e calcolare $g'(x_0), g''(x_0), g'''(x_0)$.

Stesse richieste per (ii) $e^{xy} + y^2 - x - 2 = 0$ e $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

(iii) $x e^y + y e^x = 0$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$; (iv) $\log x + e^{y/x} - 1 = 0$, $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

3. Sia D il dominio in figure ed $F(x,y) = (y^2, x^2)$.



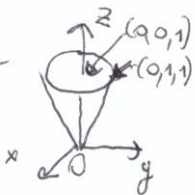
Calcolare $\int_{\partial D} y^2 dx + x^2 dy$ usando Gauss Green

4. Calcolare l'area racchiusa dalle curve piane di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi] \quad \text{usando Gauss Green.}$$

5. Calcolare il flusso usante della superficie sferica di raggio $R=5$ e centro l'origine per il campo $F(x,y) = (x, 0, y)$.

6. Calcolare $\iiint_T xyz \, dx \, dy \, dz$, ove T è il cono circolare retto in figura



7. Sia T l'insieme dei punti della sfera di centro $(0,0,2)$, raggio 2 che non appartengono a quella di centro $(0,0,1)$ e raggio 1. Calcolare $\iiint_T \frac{dx \, dy \, dz}{1+x^2+y^2+z^2}$

8. Calcolare il flusso del campo vettoriale $F(x,y) = (x^3y, x^4)$ usante dalla circonferenza con centro in $(0,0)$ e raggio 1 sia direttamente sia applicando il teorema della divergenza nel piano.