Foglio 10

Consegna giovedì 8 gennaio 2015 a lezione

Esercizio 1 (Punti 2+2+2+2+2). Nello spazio euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano,

1. si determinino le equazioni cartesiane e parametriche della retta r passante per $R_0 = (1, 0, 0)$ e di direzione $W = \langle [1 \quad 0 \quad 2]^T \rangle$.
2. Si determinino le equazioni parametriche e cartesiane del piano π passante per l'origine e di giacitura $\Pi = \langle \vec{w}_1 = [0 \quad 1 \quad 1]^T,\ \vec{w}_2 = [1 \quad 0 \quad 1]^T \rangle$.
3. Si determinino le equazioni parametriche e cartesiane del piano σ passante per l'origine e di vettore normale $\vec{n} = [1 \quad -1 \quad 1]^T$.
4. Si determinino le equazioni cartesiane e parametriche della retta s che si ottiene intersecando i piani π e σ.
5. Le rette r e s sono sghembe?

Esercizio 2 (Punti 3+2+2+2+2). Si consideri il piano euclideo reale, in cui sia fissato un sistema di riferimento cartesiano.

1. Si determini l'affinità $\mathcal{A}$ che manda $A = (0, 0) \longmapsto A' = (0, 0)$, $B = (2, 0) \longmapsto B' = (2, 0)$ e $C = (1, 1) \longmapsto C' = (2, 1)$.
2. L'affinità $\mathcal{A}$ lascia invariata l'area?
3. Una volta determinata l'equazione della circonferenza $\mathcal{C}$ di centro A e passante per B, si determini l'area dell'immagine $\mathcal{C}'$ di $\mathcal{C}$ mediante $\mathcal{A}$.
4. Si determini il simmetrico D' di $D = (-1, -1)$ rispetto all'origine e il simmetrico D'' di D rispetto all'asse delle ascisse.
5. Il punto D appartiene $\mathcal{C}'$? D' e D'' vi appartengono?

Esercizio 3 (Punti 1+2+1+2). Si consideri il piano euclideo reale, in cui sia fissato un riferimento cartesiano.

1. Si determini l'equazione della circonferenza $\mathcal{C}$ passante per $A = (-2, 0)$, $B = (0, 0)$ e $D = (0, 1)$.
2. Si determini l'immagine $\mathcal{C}'$ della circonferenza $\mathcal{C}$ mediante l'affinità
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
3. Che tipo di curva è $\mathcal{C}'$?
4. Si determini l'area sottesa da $\mathcal{C}'$.

Esercizio 4 (Punti 3). ☻ Sia $(\mathbb{A}, V, +)$ uno spazio affine di dimensione n sul $\mathbb{K}$–spazio vettoriale V e siano $\mathbb{L} = P + U$ e $\mathbb{M} = Q + W$ due sottovarietà lineari non vuote di $\mathbb{A}$. Si dimostri che $\mathbb{L} \cap \mathbb{M} \neq \emptyset$ se e solo se $Q - P \in U + W$.

Le risposte vanno adeguatamente giustificate