

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 14/09/2018

Traccia A

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
2	11	22	5,50	0,6931	7,6246	4	44
3	15	45	5,00	1,0986	16,4792	9	135
6	17	102	2,83	1,7918	30,4599	36	612
11	57	627	5,18	2,3979	136,6800	121	6897
	100	796	18,52	5,9814	191,2437		7688

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{796}{100} = 7,9600$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{100}{18,5} = 5,4010$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{191,2437}{100} = 1,9124 \quad Mg(X) = e^{1,9124} = 6,7696$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{7688}{100}} = 8,7681$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{50^\circ} = \text{mediana} = X_{51^\circ} : me = 11$$

$$\text{moda} = 11$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{25^\circ} = 3$$

$$Q_3 = X_{75^\circ} = 11$$

ESERCIZIO 2

a) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 7688/100 - 7,96^2 = 13,5184$$

b) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,6767$$

c) *Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:*

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = -0,8268 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Si verificano le ipotesi:

$$H_0: \mu = 7 \qquad H_1: \mu \neq 7$$

Si effettua quindi il test sulla media:

$$u_c = \frac{(6,5 - 7)}{\frac{2}{\sqrt{400}}} = -5$$

A livello di significatività α del 2%, le soglie teoriche per $\alpha/2$ corrispondenti al $\pm 49^\circ$ percentile ricavate attraverso la tavola della normale standardizzata sono pari a:

$$u_t = \pm 2,33$$

Poiché il valore calcolato u_c è esterno all'intervallo delle soglie teoriche, si rifiuta l'ipotesi nulla che prevedeva che la media della popolazione fosse pari a 7.

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
artista=c("BABY K", "IRAMA", "ALVARO SOLER")
ascolti=c(90, 55, 25)
classifica=data.frame(artista, ascolti)

# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
barplot(ascolti, names.arg=artista)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Data una V.C. Normale con media $M(X)=90$ e deviazione standard $\sigma(X)=10$, calcolare:

```
# A - CALCOLO  $P(X) > 90$ 
pnorm(90, 90, 10, lower.tail=FALSE)
```

```
# B - CALCOLO  $P(X) < 75$ 
pnorm(75, 90, 10)
```

```
# C - CALCOLO  $70 < P(X) < 90$ 
pnorm(90, 90, 10) - pnorm(70, 90, 10)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 14/09/2018

Traccia B

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
3	28	84	9,33	1,0986	30,7611	9	252
5	66	330	13,20	1,6094	106,2229	25	1650
8	49	392	6,13	2,0794	101,8926	64	3136
10	57	570	5,70	2,3026	131,2474	100	5700
	200	1376	34,36	7,0901	370,1240		10738

a) Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{1376}{200} = 6,8800$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{200}{34,4} = 5,8210$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{370,1240}{200} = 1,8506 \quad Mg(X) = e^{1,8506} = 6,3638$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{10738}{200}} = 7,3273$$

b) Calcolo della mediana e della moda:

$$X_{100^\circ} = \ll \text{mediana} = \ll X_{101^\circ} : \text{me} = 8$$

$$\text{moda} = 5$$

c) Calcolo del primo e terzo quartile:

$$Q_1 = X_{50^\circ} = 5$$

$$Q_3 = X_{150^\circ} = 10$$

ESERCIZIO 2

a) Calcolo della varianza:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 10738/200 - 6,88^2 = 6,3556$$

b) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 2,5210$$

c) Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = 0,7457 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria positiva con coda a destra}$$

ESERCIZIO 3

Si verificano le ipotesi:

$$H_0: \mu = 6 \qquad H_1: \mu \neq 6$$

Si effettua quindi il test sulla media:

$$u_c = \frac{(6,5 - 6)}{3/\text{RADQ}(900)} = 5$$

A livello di significatività α dell'1%, le soglie teoriche per $\alpha/2$ corrispondenti al $\pm 49,5^\circ$ percentile ricavate attraverso la tavola della normale standardizzata sono pari a:

$$u_t = \pm 2,57$$

Poiché il valore calcolato u_c è esterno all'intervallo delle soglie teoriche, si rifiuta l'ipotesi nulla che prevedeva che la media della popolazione fosse pari a 6.

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
artista=c("GIUSY FERRERI", "MAROON 5", "J-AX & FEDEZ")
ascolti=c(150, 60, 45)
classifica=data.frame(artista, ascolti)
```

```
# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
barplot(ascolti, names.arg=artista)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Data una V.C. Normale con media $M(X)=120$ e deviazione standard $\sigma(X)=25$, calcolare:

```
# A - CALCOLO  $P(X) > 130$ 
pnorm(130, 120, 25, lower.tail=FALSE)
```

```
# B - CALCOLO  $P(X) < 95$ 
pnorm(95, 120, 25)
```

```
# C - CALCOLO  $100 < P(X) < 140$ 
pnorm(140, 120, 25) - pnorm(100, 120, 25)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 14/09/2018

Traccia C

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
1	35	35	35,00	0,0000	0,0000	1	35
5	42	210	8,40	1,6094	67,5964	25	1050
6	84	504	14,00	1,7918	150,5078	36	3024
12	139	1668	11,58	2,4849	345,4020	144	20016
	300	2417	68,98	5,8861	563,5062		24125

a) Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{2417}{300} = 8,0567$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{300}{69,0} = 4,3489$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{563,5062}{300} = 1,8784 \quad Mg(X) = e^{1,8784} = 6,5427$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{24125}{300}} = 8,9675$$

b) Calcolo della mediana e della moda:

$$X_{150^\circ} \leq \text{mediana} \leq X_{151^\circ} : \text{me} = 6$$

$$\text{moda} = 12$$

c) Calcolo del primo e terzo quartile:

$$Q_1 = X_{75^\circ} = 5$$

$$Q_3 = X_{225^\circ} = 12$$

ESERCIZIO 2

a) Calcolo della varianza:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 24125/300 - 8,0567^2 = 15,5068$$

b) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,9379$$

c) Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = -1,0014 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Si verificano le ipotesi:

$$H_0: \mu = 10 \quad H_1: \mu \neq 10$$

Si effettua quindi il test sulla media:

$$u_c = \frac{(9,9 - 10)}{3/\text{RADQ}(900)} = -1$$

A livello di significatività α del 3%, le soglie teoriche per $\alpha/2$ corrispondenti al $\pm 48,5^\circ$ percentile ricavate attraverso la tavola della normale standardizzata sono pari a:

$$u_t = \pm 2,17$$

Poiché il valore calcolato u_c è interno all'intervallo delle soglie teoriche, si accetta l'ipotesi nulla che prevedeva che la media della popolazione fosse pari a 10.

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
artista=c("FABIO ROVAZZI", "THEGIORNALISTI", "CALVIN HARRIS")
ascolti=c(160, 150, 90)
classifica=data.frame(artista, ascolti)
```

```
# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
barplot(ascolti, names.arg=artista)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Data una V.C. Normale con media $M(X)=60$ e deviazione standard $\sigma(X)=15$, calcolare:

```
# A - CALCOLO  $P(X) > 100$ 
pnorm(100, 60, 15, lower.tail=FALSE)
```

```
# B - CALCOLO  $P(X) < 70$ 
pnorm(70, 60, 15)
```

```
# C - CALCOLO  $50 < P(X) < 75$ 
pnorm(75, 60, 15) - pnorm(50, 60, 15)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 14/09/2018

Traccia D

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- la media aritmetica, la media armonica, la media geometrica e la media quadratica;
- la mediana e la moda;
- il primo e terzo quartile.

X	f	X*f	f/X	ln(X)	ln(X)*f	X ²	X ² *f
2	126	252	63,00	0,6931	87,3365	4	504
7	101	707	14,43	1,9459	196,5369	49	4949
9	95	855	10,56	2,1972	208,7363	81	7695
10	78	780	7,80	2,3026	179,6016	100	7800
	400	2594	95,78	7,1389	672,2114		20948

a) *Calcolo della media aritmetica, armonica, geometrica e quadratica:*

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{2594}{400} = 6,4850$$

$$Ma(X) = \frac{\sum f}{\sum f/x} = \frac{400}{95,8} = 4,1761$$

$$\ln(Mg(X)) = \frac{\sum \ln(X) * f}{\sum f} = \frac{672,2114}{400} = 1,6805 \quad Mg(X) = e^{1,6805} = 5,3684$$

$$M_2(X) = \sqrt{\frac{\sum X^2 * f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{20948}{400}} = 7,2367$$

b) *Calcolo della mediana e della moda:*

$$X_{200} \leq \text{mediana} \leq X_{201} : \text{me} = 7$$

$$\text{moda} = 2$$

c) *Calcolo del primo e terzo quartile:*

$$Q_1 = X_{100} = 2$$

$$Q_3 = X_{300} = 9$$

ESERCIZIO 2

a) *Calcolo della varianza:*

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 20948/400 - 6,485^2 = 10,3148$$

b) *Calcolo dello scarto quadratico medio:*

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 3,2117$$

c) *Calcolo della simmetria tramite l'indicatore Skewness di Pearson, commentandola brevemente:*

$$sk = \frac{m - \text{moda}}{\sigma} = 1,3965 \quad \text{la distribuzione presenta una asimmetria negativa con coda a sinistra}$$

ESERCIZIO 3

Si verificano le ipotesi:

$$H_0: \mu = 20 \quad H_1: \mu \neq 20$$

Si effettua quindi il test sulla media:

$$u_c = \frac{(19,8 - 20)}{\frac{2}{\sqrt{200}}} = -1$$

A livello di significatività α del 4%, le soglie teoriche per $\alpha/2$ corrispondenti al $\pm 48^\circ$ percentile ricavate attraverso la tavola della normale standardizzata sono pari a:

$$u_t = \pm 2,05$$

Poiché il valore calcolato u_c è interno all'intervallo delle soglie teoriche, si accetta l'ipotesi nulla che prevedeva che la media della popolazione fosse pari a 20.

ESERCIZIO 4 - LAB

```
# CREO I VETTORI E LA TABELLA
```

```
artista=c("LOREDANA BERTE", "LUIS FONSI", "BENJI & FEDE")
```

```
ascolti=c(95, 80, 75)
```

```
classifica=data.frame(artista, ascolti)
```

```
# CREO IL GRAFICO A ISTOGRAMMA
```

```
barplot(ascolti, names.arg=artista)
```

ESERCIZIO 5 - LAB

Data una V.C. Normale con media $M(X)=80$ e deviazione standard $\sigma(X)=12$, calcolare:

```
# A - CALCOLO  $P(X) > 85$ 
```

```
pnorm(85, 80, 12, lower.tail=FALSE)
```

```
# B - CALCOLO  $P(X) < 90$ 
```

```
pnorm(90, 80, 12)
```

```
# C - CALCOLO  $60 < P(X) < 70$ 
```

```
pnorm(70, 80, 12) - pnorm(60, 80, 12)
```