

# Foglio 4

## Algebra Lineare con Elementi di Geometria

Da consegnarsi lunedì 14 dicembre alle ore 13:30 a lezione

**Esercizio 1** (Punti 8). Esistono:

1. una matrice  $A \in M_{3 \times 7}$  che possiede un'inversa sinistra?
2. una matrice invertibile  $A$  con  $A^2 = 0$ ?
3. una matrice invertibile di ordine  $n$   $A$ , con  $A \neq 1_n$ , tale che  $A^2 = 1_n$ ?
4. una matrice quadrata che non ammette inversa destra?

**Esercizio 2** (Punti 6). L'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x^2 - 7xy + 3y^2 = 0\}$$

con le operazioni ereditate da  $\mathbb{R}^2$  è  $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale?

**Esercizio 3** (Punti 6). Si consideri l'insieme  $V := \mathbb{R}_{\geq} \setminus \{0\}$  dotato dell'operazione tra vettori

$$\begin{aligned} \star : V \times V &\longrightarrow V \\ (v, w) &\longmapsto v \star w := v \cdot w \end{aligned}$$

in cui  $\cdot$  denota l'usuale prodotto di  $\mathbb{R}$ ; e dell'operazione tra scalari e vettori

$$\begin{aligned} \diamond : \mathbb{R} \times V &\longrightarrow V \\ (\alpha, v) &\longmapsto \alpha \diamond v := v^\alpha \end{aligned}$$

Dimostrare che  $V$  dotato delle operazioni  $\star$  e  $\diamond$  ha la struttura di  $\mathbb{R}$ -spazio vettoriale.