

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 29/07/2016

Traccia E

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- (a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
(b) la mediana e la moda.

X	f	X*f	X ²	X ² *f
4	24	96	16	384
0	20	0	0	0
9	18	162	81	1458
5	38	190	25	950
	100	448		2792

a) Calcolo media aritmetica, media armonica e media geometrica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{448}{100} = 4,4800$$

Ma(X) = impossibile, perché una della X è uguale a 0

Mg(X) = nulla, perché una della X è uguale a 0

b) Calcolo della mediana e della moda:

$X_{50^\circ} = < \text{mediana} = < X_{51^\circ} : \mathbf{me = 5}$

moda = 5

ESERCIZIO 2

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- (a) lo scarto quadratico medio;
- (b) il coefficiente di simmetria Skewness di Pearson, commentandolo brevemente.

a) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 2792/100 - 4,48^2 = \mathbf{7,8496}$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(V(X)) = \mathbf{2,8017}$$

b) Calcolo del coefficiente Skewness di Pearson:

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = \mathbf{-0,1856}$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,2$$

$$n = 5$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,32768
1	0,4096
2	0,2048
3	0,0512
4	0,0064
5	0,00032
	1

$$\text{Media} = np = 1$$

$$\text{Varianza} = npq = 0,8$$

ESERCIZIO 4

CREO I VETTORI CON I DATI:

fertilizzante=c(40, 48, 25, 68, 55, 61)

crescita=c(740, 890, 480, 1300, 1000, 1100)

DISEGNO IL GRAFICO DEI PUNTI:

plot(fertilizzante, crescita)

EFFETTUO LA REGRESSIONE LINEARE:

rettafertilizzante=lm(crescita~fertilizzante)

AGGIUNGO LA RETTA DELLA REGRESSIONE AL GRAFICO

abline(rettafertilizzante, col="blue")

DISEGNO I SEGMENTI FRA LA RETTA INTERPOLANTE E I PUNTI:

segments(fertilizzante, fitted(rettafertilizzante), fertilizzante, crescita, lty=2)

AGGIUNGO UN TITOLO:

title(main="Regressione lineare fra fertilizzante e crescita")

VISUALIZZO I RISULTATI DELLA REGRESSIONE LINEARE

summary (rettafertilizzante)

I PARAMETRI TROVATI SONO a=5,8386 E b=18,4342

QUINDI IL MODELLO TEORICO SARA':

$Y' = 5,58386 + 18,4342 * \text{fertilizzante}$

EFFETTO L'ANALISI DEI RESIDUI

plot(fitted(rettafertilizzante), residuals(rettafertilizzante))

abline(0, 0)

L'analisi dei residui conferma che questi si distribuiscono in maniera uniforme e apparentemente casuale attorno all'asse zero, quindi si può confermare l'ipotesi di distribuzione casuale degli stessi, con media nulla e incorrelazione.

CALCOLO IL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE LINEARE:

R=cor(fertilizzante, crescita)

R

R E' PARI A 0.9961549 E CONFERMA CHE C'E' UNA FORTE RELAZIONE LINEARE DIRETTA FRA LE DUE VARIABILI

CALCOLO IL COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE:

R2=R^2

R2

R2 E' PARI A 0.9923247 QUINDI IL MODELLO TEORICO USATO SI ADATTA MOLTO BENE AI VALORI OSSERVATI

ESERCIZIO 5

CREO IL VETTORE DELLE X:

```
k=c(0:5)
```

CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:

```
dbinom(k, 5, 0.2)
```

LA MEDIANA E':

```
qbinom(0.5, 5, 0.2)
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.25, 5, 0.2)
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.75, 5, 0.2)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 29/07/2016

Traccia F

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

(a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;

(b) la mediana e la moda.

X	f	X*f	X ²	X ² *f
3	40	120	9	360
1	19	19	1	19
0	15	0	0	0
6	46	276	36	1656
	120	415		2035

a) Calcolo media aritmetica, media armonica e media geometrica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{415}{120} = 3,4583$$

Ma(X) = impossibile, perché una della X è uguale a 0

Mg(X) = nulla, perché una della X è uguale a 0

b) Calcolo della mediana e della moda:

$X_{60}^{\circ} = < \text{mediana} = < X_{61}^{\circ} : \text{me} = 3$

moda = 6

ESERCIZIO 2

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- (a) lo scarto quadratico medio;
- (b) il coefficiente di simmetria Skewness di Pearson, commentandolo brevemente.

a) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 2035/120 - 3,4583^2 = \mathbf{4,9983}$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(V(X)) = \mathbf{2,2357}$$

b) Calcolo del coefficiente Skewness di Pearson:

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = \mathbf{-1,1369}$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,3$$

$$n = 5$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,16807
1	0,36015
2	0,3087
3	0,1323
4	0,02835
5	0,00243
	1

$$\text{Media} = np = 1,5$$

$$\text{Varianza} = npq = 1,05$$

ESERCIZIO 4

```
# CREO I VETTORI CON I DATI:
fertilizzante=c(20, 25, 30, 65, 60, 70)
crescita=c(100, 140, 170, 390, 300, 370)

# DISEGNO IL GRAFICO DEI PUNTI:
plot(fertilizzante, crescita)

# EFFETTUA LA REGRESSIONE LINEARE:
rettafertilizzante=lm(crescita~fertilizzante)

# AGGIUNGO LA RETTA DELLA REGRESSIONE AL GRAFICO
abline(rettafertilizzante, col="blue")

# DISEGNO I SEGMENTI FRA LA RETTA INTERPOLANTE E I PUNTI:
segments(fertilizzante, fitted(rettafertilizzante), fertilizzante, crescita, lty=2)

# AGGIUNGO UN TITOLO:
title(main="Regressione lineare fra fertilizzante e crescita")

# VISUALIZZO I RISULTATI DELLA REGRESSIONE LINEARE
summary (rettafertilizzante)

# I PARAMETRI TROVATI SONO a=-1.6 E b=5.48
# QUINDI IL MODELLO TEORICO SARA':
# Y' = -1,6 + 5,48 * fertilizzante

# EFFETTO L'ANALISI DEI RESIDUI
plot(fitted(rettafertilizzante), residuals(rettafertilizzante))
abline(0, 0)

# L'analisi dei residui conferma che questi si distribuiscono in maniera uniforme e
apparentemente casuale attorno all'asse zero, quindi si può confermare l'ipotesi di
distribuzione casuale degli stessi, con media nulla e incorrelazione.

# CALCOLO IL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE LINEARE:
R=cor(fertilizzante, crescita)
R
# R E' PARI A 0.9851909 E CONFERMA CHE C'E' UNA FORTE RELAZIONE LINEARE
DIRETTA FRA LE DUE VARIABILI

# CALCOLO IL COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE:
R2=R^2
R2
# R2 E' PARI A 0.9706012 QUINDI IL MODELLO TEORICO USATO SI ADATTA
MOLTO BENE AI VALORI OSSERVATI
```

ESERCIZIO 5

CREO IL VETTORE DELLE X:

```
k=c(0:5)
```

CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:

```
dbinom(k, 5, 0.3)
```

LA MEDIANA E':

```
qbinom(0.5, 5, 0.3)
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.25, 5, 0.3)
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.75, 5, 0.3)
```


PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 29/07/2016

Traccia G

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- (a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
(b) la mediana e la moda.

X	f	X*f	X ²	X ² *f
2	14	28	4	56
4	15	60	16	240
1	10	10	1	10
0	11	0	0	0
	50	98		306

a) Calcolo media aritmetica, media armonica e media geometrica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{98}{50} = 1,9600$$

Ma(X) = impossibile, perché una della X è uguale a 0

Mg(X) = nulla, perché una della X è uguale a 0

b) Calcolo della mediana e della moda:

$X_{25^\circ} = < \text{mediana} = < X_{26^\circ} : \text{me} = 2$

moda = 4

ESERCIZIO 2

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- (a) lo scarto quadratico medio;
- (b) il coefficiente di simmetria Skewness di Pearson, commentandolo brevemente.

a) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 306/50 - 1,96^2 = 2,2784$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(V(X)) = 1,5094$$

b) Calcolo del coefficiente Skewness di Pearson:

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = -1,3515$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,25$$

$$n = 5$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,23730469
1	0,39550781
2	0,26367188
3	0,08789063
4	0,01464844
5	0,00097656
	1

$$\text{Media} = np = 1,25$$

$$\text{Varianza} = npq = 0,9375$$

ESERCIZIO 4

CREO I VETTORI CON I DATI:

fertilizzante=c(13, 21, 29, 60, 58, 64)

crescita=c(170, 280, 360, 760, 700, 800)

DISEGNO IL GRAFICO DEI PUNTI:

plot(fertilizzante, crescita)

EFFETTUO LA REGRESSIONE LINEARE:

rettafertilizzante=lm(crescita~fertilizzante)

AGGIUNGO LA RETTA DELLA REGRESSIONE AL GRAFICO

abline(rettafertilizzante, col="blue")

DISEGNO I SEGMENTI FRA LA RETTA INTERPOLANTE E I PUNTI:

segments(fertilizzante, fitted(rettafertilizzante), fertilizzante, crescita, lty=2)

AGGIUNGO UN TITOLO:

title(main="Regressione lineare fra fertilizzante e crescita")

VISUALIZZO I RISULTATI DELLA REGRESSIONE LINEARE

summary (rettafertilizzante)

I PARAMETRI TROVATI SONO $a = 13.6906$ E $b = 12.1953$

QUINDI IL MODELLO TEORICO SARA':

$Y' = 13.6906 + 12.1953 * \text{fertilizzante}$

EFFETTO L'ANALISI DEI RESIDUI

plot(fitted(rettafertilizzante), residuals(rettafertilizzante))

abline(0, 0)

L'analisi dei residui conferma che questi si distribuiscono in maniera uniforme e apparentemente casuale attorno all'asse zero, quindi si può confermare l'ipotesi di distribuzione casuale degli stessi, con media nulla e incorrelazione.

CALCOLO IL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE LINEARE:

R=cor(fertilizzante, crescita)

R

R E' PARI A 0.9988598 E CONFERMA CHE C'E' UNA FORTE RELAZIONE LINEARE DIRETTA FRA LE DUE VARIABILI

CALCOLO IL COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE:

R2=R^2

R2

R2 E' PARI A 0.9977208 QUINDI IL MODELLO TEORICO USATO SI ADATTA MOLTO BENE AI VALORI OSSERVATI

ESERCIZIO 5

CREO IL VETTORE DELLE X:

```
k=c(0:5)
```

CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:

```
dbinom(k, 5, 0.25)
```

LA MEDIANA E':

```
qbinom(0.5, 5, 0.25)
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.25, 5, 0.25)
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.75, 5, 0.25)
```

PROBABILITA' E STATISTICA

Prova del 29/07/2016

Traccia H

ESERCIZIO 1

Sulla distribuzione di frequenze presentata in tabella, calcolare:

- (a) la media aritmetica, la media armonica e la media geometrica;
(b) la mediana e la moda.

X	f	X*f	X ²	X ² *f
0	10	0	0	0
5	15	75	25	375
3	9	27	9	81
1	6	6	1	6
	40	108		462

a) Calcolo media aritmetica, media armonica e media geometrica:

$$M(X) = \frac{\sum X * f}{\sum f} = \frac{108}{40} = 2,7000$$

Ma(X) = impossibile, perché una della X è uguale a 0

Mg(X) = nulla, perché una della X è uguale a 0

b) Calcolo della mediana e della moda:

$X_{20}^{\circ} = < \text{mediana} = < X_{21}^{\circ} : \text{me} = 3$

moda = 5

ESERCIZIO 2

Sui dati dell'esercizio precedente calcolare:

- (a) lo scarto quadratico medio;
- (b) il coefficiente di simmetria Skewness di Pearson, commentandolo brevemente.

a) Calcolo dello scarto quadratico medio:

$$V(X) = M(X^2) - m(X)^2 = 462/40 - 2,7^2 = 4,2600$$

$$\sigma(X) = \text{RADQ}(V(X)) = 2,0640$$

b) Calcolo del coefficiente Skewness di Pearson:

$$Sk = (M(X) - \text{moda}) / \sigma(X) = -1,1144$$

La distribuzione presenta una asimmetria a sinistra.

ESERCIZIO 3

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,4$$

$$n = 5$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,07776
1	0,2592
2	0,3456
3	0,2304
4	0,0768
5	0,01024
	1

$$\text{Media} = np = 2$$

$$\text{Varianza} = npq = 1,2$$

ESERCIZIO 4

CREO I VETTORI CON I DATI:

fertilizzante=c(40, 64, 18, 56, 15, 16)

crescita=c(1000, 1650, 450, 1400, 380, 400)

DISEGNO IL GRAFICO DEI PUNTI:

plot(fertilizzante, crescita)

EFFETTUO LA REGRESSIONE LINEARE:

rettafertilizzante=lm(crescita~fertilizzante)

AGGIUNGO LA RETTA DELLA REGRESSIONE AL GRAFICO

abline(rettafertilizzante, col="blue")

DISEGNO I SEGMENTI FRA LA RETTA INTERPOLANTE E I PUNTI:

segments(fertilizzante, fitted(rettafertilizzante), fertilizzante, crescita, lty=2)

AGGIUNGO UN TITOLO:

title(main="Regressione lineare fra fertilizzante e crescita")

VISUALIZZO I RISULTATI DELLA REGRESSIONE LINEARE

summary (rettafertilizzante)

I PARAMETRI TROVATI SONO $a = -10.9214$ E $b = 25.5767$

QUINDI IL MODELLO TEORICO SARA':

$Y' = -10.9214 + 25.5767 * \text{fertilizzante}$

EFFETTO L'ANALISI DEI RESIDUI

plot(fitted(rettafertilizzante), residuals(rettafertilizzante))

abline(0, 0)

L'analisi dei residui conferma che questi si distribuiscono in maniera uniforme e apparentemente casuale attorno all'asse zero, quindi si può confermare l'ipotesi di distribuzione casuale degli stessi, con media nulla e incorrelazione.

CALCOLO IL COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE LINEARE:

R=cor(fertilizzante, crescita)

R

R E' PARI A 0.9995991 E CONFERMA CHE C'E' UNA FORTE RELAZIONE LINEARE DIRETTA FRA LE DUE VARIABILI

CALCOLO IL COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE:

R2=R^2

R2

R2 E' PARI A 0.9991983 QUINDI IL MODELLO TEORICO USATO SI ADATTA MOLTO BENE AI VALORI OSSERVATI

ESERCIZIO 5

CREO IL VETTORE DELLE X:

```
k=c(0:5)
```

CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:

```
dbinom(k, 5, 0.4)
```

LA MEDIANA E':

```
qbinom(0.5, 5, 0.4)
```

IL PRIMO QUARTILE CORRISPONDE AL 25% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.25, 5, 0.4)
```

IL TERZO QUARTILE CORRISPONDE AL 75% DELLA DISTRIBUZIONE:

```
qbinom(0.75, 5, 0.4)
```