

Esercizi per il Corso di  
ALGEBRA LINEARE ED ELEMENTI DI GEOMETRIA

**Foglio 4**  
23 Novembre 2018

1. In ciascuno dei casi seguenti, dire se  $W$  è un sottospazio dello spazio vettoriale  $V$ . Nei casi affermativi, trovare un insieme di generatori di  $W$ .

(a)  $V = \mathbb{C}^3$ ,  $W = \left\{ [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{C}^3 \mid \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_3 = 1 \end{cases} \right\}$

(b)  $V = \mathcal{P}_4(\mathbb{C})$  lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti complessi di grado minore di 4,  $W$  l'insieme dei polinomi con termine noto uguale a zero.

(c)  $V = \mathcal{P}_4(\mathbb{C})$  lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti complessi di grado minore di 4,  $W$  l'insieme dei polinomi di grado 3.

(6 punti)

2. Si consideri il seguente sottoinsieme di  $M_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ :

$$W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & 0 \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{C}, b + c = 0 \right\}$$

Verificare che  $W$  è uno sottospazio vettoriale di  $M_{2 \times 2}(\mathbb{C})$  e trovarne un insieme di generatori.

(6 punti)

3. Si considerino i vettori in  $\mathbb{C}^4$

$$v_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 1]^T, v_2 = [-1 \ 4 \ 3 \ 2]^T, v_3 = [-3 \ 7 \ 9 \ 1]^T, v_4 = [-1 \ 2 \ 3 \ 0]^T$$

Trovare il sottospazio di  $\mathbb{C}^4$  generato dall'insieme  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ .

(6 punti)

4. Si consideri il sottoinsieme di  $\mathbb{C}^3$

$$W = \left\{ [x_1 \ x_2 \ x_3]^T \in \mathbb{C}^3 \mid \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_3 = 0 \end{cases} \right\}$$

(a) Dimostrare che  $W$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{C}^3$ .

(b) Il vettore  $v = [-3 \ -3 \ 2]^T$  sta in  $W$ ? (Giustificare la risposta).

(6 punti)

5. Dire se l'insieme  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ , in cui

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad v_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

è un insieme di generatori di  $\mathbb{C}^3$ .

(6 punti)

**Consegna: giovedì 29 novembre**