



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI VERONA

PROBABILITA' E STATISTICA

Docente: Bruno Gobbi

ESERCIZI RIEPILOGATIVI 2

ESERCIZIO 1

**In quanti modi diversi un negoziante può disporre
10 oggetti diversi nella sua vetrina?**

ESERCIZIO 1

In quanti modi diversi un negoziante può disporre 10 oggetti diversi nella sua vetrina?

In questo esempio si considerano tutti gli elementi a disposizione, quindi i gruppi si differenziano fra di loro solo per l'ordine e non per la presenza di elementi diversi. Calcoliamo perciò le Permutazioni semplici con la formula:

$$P_{10} = 10! = 3.628.800$$

ESERCIZIO 2

Quante sarebbero state le possibilità per il negoziante di disporre i suoi prodotti, se avesse avuto a disposizione 4 copie dell'oggetto A, 3 dell'oggetto B, 2 del C e 1 del D?

ESERCIZIO 2

Se il negoziante avesse avuto più copie di uno stesso prodotto, il problema andrebbe risolto applicando la formula delle Permutazioni con ripetizione:

$$P_{10}^{4,3,2} = \frac{10!}{4! 3! 2!} = 12.600$$

ESERCIZIO 3

**In quante maniere possono classificarsi sul podio
10 piloti di Moto GP?**

ESERCIZIO 3

a) In quante maniere possono classificarsi sul podio 10 piloti di Moto GP?

Calcolo le Disposizioni semplici di 10 elementi in gruppi di 3:

$D_{10,3} =$	$\frac{10!}{(10 - 3)!}$	$=$	$\frac{3.628.800}{5.040}$	$=$	720
--------------	-------------------------	-----	---------------------------	-----	------------

ESERCIZIO 4

E se al primo posto volessimo sempre Valentino Rossi?

ESERCIZIO 4

b) E se al primo posto volessimo sempre Valentino Rossi?

Calcolo le Disposizioni semplici di 9 elementi in gruppi di 2:

$D_{9,2} =$	$9!$	$=$	362.880	$=$	72
	$(9 - 2)!$		5.040		

ESERCIZIO 5

La probabilità che avvenga un evento in un dato esperimento è costante e pari a $p=0,4$ in ogni estrazione.

Descrivere con una opportuna variabile casuale la probabilità su $n=5$ estrazioni e quindi calcolarne media e varianza.

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{(n-x)}$$

$$p = 0,4 \quad \text{e} \quad q = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$n = 5$$

$$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$P(x) = \binom{5}{x} 0,4^x 0,6^{(5-x)}$$

Bisogna calcolare le probabilità per x che va da 0 a $n=5$. Iniziamo quindi con $x=0$:

$$P(0) = \binom{5}{0} 0,4^0 0,6^{(5-0)}$$
$$= 1 \cdot 1 \cdot 0,07776 = 0,07776$$

Continuando per $x=1$:

$$P(1) = \binom{5}{1} 0,4^1 0,6^{(5-1)}$$

$$= 5 \cdot 0,4 \cdot 0,1296 = 0,2592$$

Per $x=2$:

$$P(2) = \binom{5}{2} 0,4^2 0,6^{(5-2)}$$

$$= \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot 0,16 \cdot 0,216 = 0,3456$$

Procedendo:

$$P(3) = \binom{5}{3} 0,4^3 0,6^{(5-3)} = 0,2304$$

$$P(4) = \binom{5}{4} 0,4^4 0,6^{(5-4)} = 0,0768$$

$$P(5) = \binom{5}{5} 0,4^5 0,6^{(5-5)} = 0,01024$$

x	$P(x)$
0	0,07776
1	0,2592
2	0,3456
3	0,2304
4	0,0768
5	0,01024
TOT	1

$$M(x) = np = 5 * 0,4 = 2$$

$$V(x) = npq = 5 * 0,4 * 0,6 = 1,2$$

ESERCIZIO 6

Da un mazzo di 52 carte vengono effettuate casualmente e con reinserimento $n=4$ estrazioni. Descrivere con una opportuna variabile casuale la probabilità di estrarre una carta di quadri ($p=0,25$) e quindi calcolarne media e varianza.

Lo schema da utilizzare è quello della v.c. Binomiale con parametri:

$$p = 0,25$$

$$n = 4$$

La distribuzione di probabilità quindi è la seguente:

X	P(X)
0	0,3164
1	0,4219
2	0,2109
3	0,0469
4	0,0039
	1

$$\text{Media} = np = 1$$

$$\text{Varianza} = npq = 0,75$$

ESERCIZIO 7

In un casello autostradale, fra le ore 10:00 e le 12:00, passano in media 2,5 auto al minuto.

Calcolare con una opportuna v.c. la probabilità che in un minuto:

- 1) non passino auto
- 2) passino esattamente 2 auto
- 3) passino al più 4 auto
- 4) passino più di 4 auto

$$P(x) = \frac{e^{-m} m^x}{x!}$$

Nel nostro caso $m=2,5$ e quindi :

$$P(x) = \frac{e^{-2,5} 2,5^x}{x!}$$

con $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

1) Non passino auto, quindi $x=0$:

$$P(0) = \frac{e^{-2,5} 2,5^0}{0!} = 0,082$$

2) Passino esattamente 2 auto, quindi $x=2$:

$$P(2) = \frac{e^{-2,5} 2,5^2}{2!} = 0,2565$$

3) Passino al più 4 auto, quindi $x \leq 4$:

$$P(1) = \frac{e^{-2,5} 2,5^1}{1!} = 0,205 \quad P(3) = \frac{e^{-2,5} 2,5^3}{3!} = 0,2138$$

$$P(4) = \frac{e^{-2,5} 2,5^4}{4!} = 0,13346$$

Perciò $P(x \leq 4) = 0,082 + 0,2052 + 0,2565 + 0,2138 + 0,13346 =$
 $= 0,8912$

4) Passino più di 4 auto, quindi $x > 4$:

$$P(x > 4) = 1 - 0,8912 = 0,1088$$

ESERCIZIO 8

Utilizzando i dati di una variabile casuale con $p=0,25$ e $n=4$, calcolare le corrispondenti probabilità tramite R-Studio.

Infine disegnare il grafico della distribuzione di probabilità.

```
# CREO IL VETTORE DELLE X:
```

```
k=c(0:4)
```

```
# CALCOLO I VALORI DELLA VARIABILE BINOMIALE:
```

```
dbinom(k, 4, 0.25)
```

```
# DISEGNO IL GRAFICO DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITA':
```

```
barplot(dbinom(k,4,0.25), names.arg=k, xlab="X", ylab="P(X)")
```