

Verona, 20 settembre 2011

ANALISI MATEMATICA II
per Informatica

Candidato: _____ **Matricola:** _____

Esercizio 1 Sia C la curva intersezione del cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$ con il piano di equazione $z = 1 - x - y$.

- a. Di che curva si tratta? Si scrivano le equazioni parametriche della curva C .
- b. Si consideri ora il campo vettoriale:

$$\mathbf{F} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}.$$

Il campo è conservativo? Si motivi esaurientemente la risposta.

- c. Si calcoli il lavoro compiuto dal campo \mathbf{F} lungo la curva C percorsa in un verso fissato.

Esercizio 2 Sia data la superficie S individuata dall'equazione

$$f(x, y) = x^2y + x^2 - 4y.$$

- a. Si determini il gradiente e gli eventuali punti stazionari di f .
- b. Si studi la natura degli eventuali punti stazionari di f .
- c. Si scriva l'equazione del piano tangente alla superficie S nel punto $A = (2; 1; 4)$.
- d. Si scriva l'equazione della retta tangente nel punto $Q = (2; 1)$ alla curva di livello passante per il punto Q stesso. Quale relazione (geometrica) intercorre tra la retta tangente e il piano del punto precedente?

Esercizio 3 a. Si consideri il solido

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, 0 \leq z, 9z \leq 1 + x^2 + y^2\},$$

e lo si rappresenti in sezione sul piano Oxz e poi nel sistema $Oxyz$.

- b. Descriverne la frontiera e calcolarne il volume (risultato di controllo: $46/9 \pi$).
- c. Servendosi del teorema della divergenza calcolare il flusso totale del campo

$$\mathbf{F} = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} - z\mathbf{k}$$

uscente da V ed il flusso uscente da ogni superficie che delimita V .

Esercizio 4 Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

a.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 + 2y^2}$$

- b. $y'' + 4y' + 4y = (3 - 7x)e^{-2x}$ con i valori iniziali $y(0) = 0$ e $y'(0) = 1$.