

Supplementari

Esercizi, Calcolo Numerico e laboratorio, a.a. 2016/2017

Giacomo Albi

Esercizi 26.04

1. Studiare gli zeri della funzione $f_\gamma(x) = 2 \sin(x) - \gamma x$, in $x \in [-\pi, \pi]$, e per $\gamma \geq 0$.

- Quante radici ha l'equazione $f_\gamma(x) = 0$ al variare di γ ?
- scrivere uno "pseudo-codice" in linguaggio Matlab/Octave che trovi, al variare di $\gamma \in [0, 4]$, le soluzioni di $f_\gamma(x) = 0$ dove possibile con il metodo delle secanti.
- Studiare la convergenza globale del metodo di Newton al variare di γ . (Verificare per quali x si ha $f_\gamma(x)f_\gamma''(x) > 0$).

2. Dato il sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = k \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

- Si scriva il sistema in forma matriciale $Ax = b$ e si calcoli tramite il metodo di eliminazione di Gauss la sua fattorizzazione LU.
- Si trovi il vettore soluzione x per $k = 1$.
- Si scriva uno "pseudo-codice" Matlab/Octave che chieda in input il valore di k e che trovi le soluzioni date da tutte le possibili permutazioni del vettore termini noti $b = (k, 2, 3)^T$.

3. Data la matrice A di ordine 4 con parametro $\alpha \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- si calcoli tramite l'eliminazione di Gauss la sua fattorizzazione LU.
- si dica per quali valori di α la matrice A è singolare.

- Si calcoli la matrice inversa A^{-1} per i valori di α per cui non è singolare. Hint: Si usi la fattorizzazione LU , e $A^{-1} = U^{-1}L^{-1}$. Inoltre visto che $L = Id + E$ con

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

allora $L^{-1} = Id - E$, con Id la matrice identità.