Fenomeni elettrici

Carica elettrica è una proprietà fondamentale della materia (come la massa)

La carica elettrica può essere negativa o positiva.

La carica elettrica di una certa quantità di materia è la somma algebrica delle cariche dei suoi costituenti (principio di conservazione della carica)

Le particelle fondamentali di cui è costituita la materia possono essere cariche o neutre. Il valore più piccolo della carica è quella dell'elettrone (-e) e del protone (+e).

Le forze tra cariche possono essere attrattive o repulsive (quelle tra masse sempre attrattive).

Le forze elettriche sono molto più intense delle forze attrattive gravitazionali (spesso non si manifestano tra corpi macroscopici perché sono elettricamente neutri)

Fenomeni elettrici

Legge di Coulomb:

$$\mathbf{F} = K \frac{q_1 \, q_2}{r^2} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right).$$

Forza attrattiva o repulsiva

Nel sistema internazionale la costante di proporzionalità K viene posta nella forma:

$$K = \frac{1}{4\pi \, \varepsilon_o \varepsilon_r}$$

Con ε_0=costante dielettrica del vuoto.

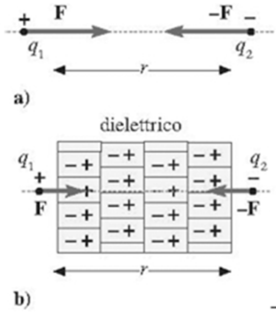
ε_r =costante dielettrica relativa del mezzo, vale 1 nel vuoto ed è sempre >1 nei materiali.

Nel sistema internazionale la carica si misura in Coulomb (unità definita in termini di A) e la costante dielettrica del vuoto vale:

$$\varepsilon_o = 8.86 \cdot 10^{-12} \text{ coulomb}^2 \text{ newton}^{-1} \text{ m}^{-2}.$$

Fenomeni elettrici

Nel vuoto ε_r=1; nei mezzi materiali ε_r>1 (interazioni elettriche + deboli nei materiali)



Il mezzo è detto dielettrico se le cariche non sono libere di muoversi. Il fenomeno si chiama polarizzazione del dielettrico.

TABELLA 17.1 Costante dielettrica relativa per alcune sostanze

SOSTANZE	ε_r	SOSTANZE	ε_r
aria	1.000590	dimetilamina	5.26
acqua distillata	81.07	acetone	20.7
alcool etilico	25.8	cloroformio	4.8
vetro	7.0	membrana di assone	9.0

Fenomeni elettrici

Esempio 17.1 Repulsione elettrostatica tra protoni; confronto con la forza di gravità.

I protoni dei nuclei atomici si trovano ad una distanza R di circa 10^{-15} m. Valutate la forza di repulsione elettrostatica tra i protoni dei nuclei.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{q^2}{R^2} = \frac{(1.6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{4\pi\; 8.86\cdot 10^{-12}\;\mathrm{N^{-1}C^2m^{-2}}\,10^{-30}\,\mathrm{m^2}} = 2.3\cdot 10^2\,\mathrm{newton}$$

La forza attrattiva gravitazionale varrebbe (essendo la massa del protone uguale a $1.67*10^{-27}$kg):

F=$1.86*10^{-34}$ N

Dunque è necessario ipotizzare forze molto intense che tengano uniti i protoni nel nucleo (interazioni nucleari forti) che sono forze a corto raggio d'azione.

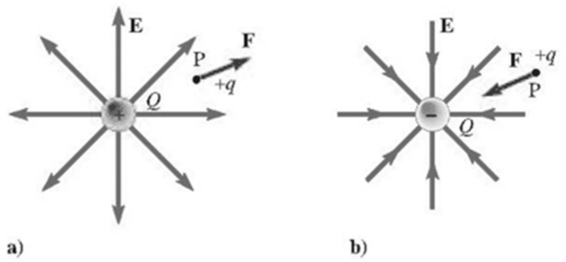
Fenomeni elettrici

Campo elettrico e potenziale elettrostatico

Lo spazio circostante la carica Q è sede di un campo di forza: una carica q (positiva) posta nelle vicinanze risente della forza espressa dalla legge di Coulomb.
La carica Q è sorgente di un campo di forze chiamato campo elettrico:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Unità di misura N/C



EdiSES

Fenomeni elettrici

Espressione del campo elettrico di una carica puntiforme

$$\mathbf{E}(r) = \frac{\mathbf{F}(r)}{q} = \frac{1}{q}\frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{Q\,q}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r}\frac{Q}{r^2}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right),$$

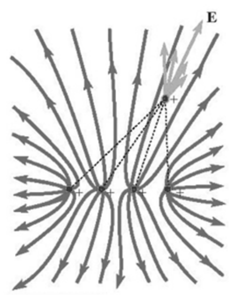


Figura 11.3
Linee di forza del campo elettrico determinato da quattro cariche puntiformi positive uguali. Il campo elettrico viene ricostruito vettorialmente sommando i contributi di ciascuna carica elettrica.

Nel caso di più cariche il campo elettrico è la somma vettoriale (segue il principio di sovrapposizione delle forze).

Se il campo elettrico non varia con il tempo prende nome di campo elettrostatico.

Noto il campo elettrico in un punto dello spazio si può ricavare la forza:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

EdiSES *Scannicchio* **Fisica biomedica** EdiSES

Fenomeni elettrici

Si può dimostrare che il campo della forza elettrostatica è conservativo.

Per le forze conservative si definisce una funzione energia potenziale U (funzione delle sole coordinate spaziali):

$L_{AB}=U(A)-U(B)=-\Delta U$

Il lavoro compiuto dalla forza conservativa per spostare il corpo dal punto A al punto B è uguale alla variazione dell'energia potenziale cambiata di segno.

La funzione energia potenziale per la forza di Coulomb vale:

$$U(r) = \frac{Qq}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \frac{1}{r}$$

Inversamente proporzionale alla distanza tra le due cariche elettriche.

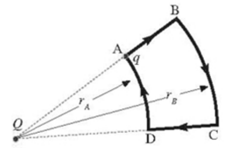


Figura 11.5
La traiettoria chiusa è costituita da segmenti radiali rispetto alla carica puntiforme *Q* collegati da archi di cerchio a raggio costante. Il lavoro eseguito per spostare una carica *q* lungo gli archi è nullo, mentre nel caso dei due segmenti radiali esso è in modulo identico, ma di segno opposto. Il risultato si estende a una qualsiasi traiettoria chiusa, essendo questa scomponibile in segmenti radiali e archi.

Scannicchio
Fisica biomedica
EdiSES

Fenomeni elettrici

Si definisce potenziale elettrico del campo in un punto P il rapporto tra l'energia potenziale U di una carica q posta nel punto P e la carica stessa:

$$V = \frac{U}{q}$$

Nel caso in cui il potenziale sia generato da una unica carica puntiforme Q, V ha la forma:

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_r \varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

Def: differenza di potenziale elettrico tra due punti A e B come:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{U_B}{q} - \frac{U_A}{q} \quad \frac{-L_{AB}}{q}$$

La differenza di potenziale tra due punti è uguale al lavoro (cambiato di segno) eseguito dal campo elettrico per portare una carica unitaria e positiva da A a B.

Fenomeni elettrici

Definiamo un punto di riferimento a potenziale nullo: se il punto B è a distanza infinita, V(B)=0.

$$\Delta V = V_B - V_A = -V_A = -\frac{L_{A\infty}}{q} \Rightarrow V_A = \frac{L_{A\infty}}{q}$$

Il potenziale nel punto A è uguale al lavoro che il campo elettrostatico compie per portare l'unità di carica positiva dal punto A a distanza infinita.

Unità di misura del potenziale elettrico e della d.d.p nel sistema MKS, Volt:

1V=1J/C

EdiSES

Fenomeni elettrici

Relazione tra campo elettrico e potenziale elettrico (analoga alla relazione vista in meccanica tra forza ed energia potenziale).

Partiamo dalla definizione di lavoro e ipotizziamo che lo spostamento avvenga nella direzione del campo elettrico (o della forza):

$$L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = qE\Delta r = -q\Delta V$$

dalla definizione di d.d.p.

$$\Rightarrow E = -\frac{\Delta V}{\Delta r}$$

Supponiamo di avere un campo elettrico ed uno spostamento lungo l'asse x:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

E=-grad(V), nel caso tridimensionale

Elettronvolt (eV) unità di misura di energia a livello atomico: l'energia acquistata da un elettrone che attraversa la d.d.p. di 1V:

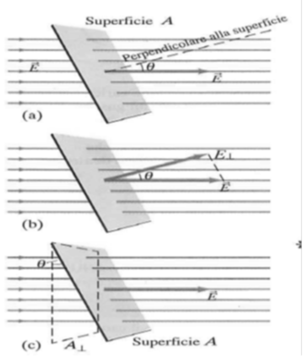
$$L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = qE\Delta x = -q\Delta V$$

Numericamente = $1.6 \cdot 10^{-19}$ J

Fenomeni elettrici

Teorema di Gauss

Flusso del campo elettrico è una grandezza che misura la quantità di campo elettrico che attraversa una superficie. Supponiamo E uniforme e sia A la superficie attraversata:



$$\Phi_E = EA\cos\theta$$

$$\Phi_E = E_\perp A = E A_\perp$$

Fenomeni elettrici

$$\Phi_E = \sum_i E_i s_i \cos\alpha_i = \int_S \vec{E}\cdot\vec{n}\,ds = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

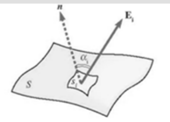


Figura 11.6

Il flusso del campo elettrico attraverso la superficie S si calcola sommando i flussi elementari attraverso le superfici s_i in cui è stata scomposta la superficie S.

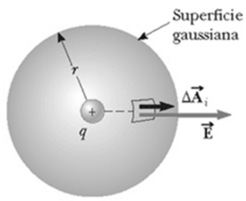


FIGURA 19.28 Una superficie sferica di raggio *r* circonda una carica puntiforme *q*. Quando la carica si trova al centro della sfera, il campo elettrico è normale alla superficie e ha intensità costante ovunque sulla superficie.

Consideriamo per semplicità una superficie sferica che racchiude una carica q. Sulla sfera il campo elettrico è costante e diretto radialmente.

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_S E\,ds = E\int ds =$$

$$\boxed{= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{1}{r^2}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}$$

Questo risultato si può generalizzare ad una superficie qualunque e ad una qualunque distribuzione di cariche contenuta all'interno di una superficie chiusa.

Fenomeni elettrici

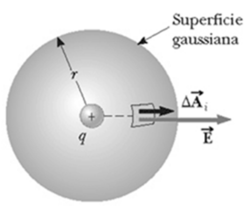
Teorema di Gauss: Il flusso totale del campo elettrico attraverso una qualunque superficie chiusa è dato da:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

Dove q_{int} rappresenta la carica totale contenuta all'interno della superficie e E rappresenta il campo elettrico sulla superficie.

Fenomeni elettrici

Esempi applicazione teorema di Gauss
Campo elettrico generato da una carica puntiforme



Sulla superficie della sfera E è sempre perpendicolare alla superficie e costante. Il flusso di E attraverso la superficie è E*(Superficie Sfera)
Il teorema di Gauss afferma che il flusso di E attraverso la superficie gaussiana= $Q_{int}/\varepsilon_0\varepsilon_r$.

Calcolo del flusso di E: $\Phi_E = E\, 4\pi r^2$

Teorema di Gauss: $\Phi_E = \dfrac{q_{INT}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \dfrac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$

$$E\, 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \qquad E = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2}$$

Tramite il teorema di Gauss abbiamo ottenuto la Legge di Coulomb

Fenomeni elettrici

Campo elettrico generato da una distribuzione sferica di carica:

Valutare l'andamento del campo elettrico all'interno e all'esterno di una sfera di materiale isolante di raggio R in cui una carica elettrica Q è distribuita con simmetria sferica (i materiali isolanti, come si vedrà nel §17.6, non possegono cariche elettriche libere di muoversi).

All'esterno (r>R) la situazione è simile a quella vista in precedenza (carica puntiforme); e quindi:

$$\Phi(\mathbf{E}) = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o \varepsilon_r}, \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r r^2},$$

All'interno (r<R) occorre considerare la densità di carica d espressa come:

$$d_r = Q/\text{volume sfera} = Q \Big/ \tfrac{4}{3}\pi R^3$$

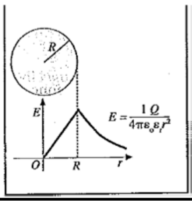
La quantità di carica all'interno della sfera di raggio r è data dalla densità di carica moltiplicata per il volume della sfera stessa:

$$\tfrac{4}{3}\pi r^3 \frac{Q}{\tfrac{4}{3}\pi R^3}$$

Il teorema di Gauss:

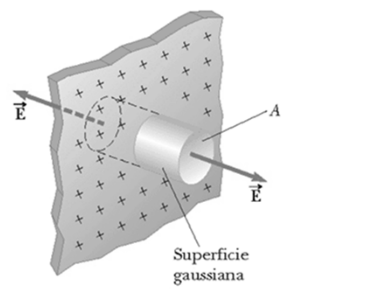
$$\Phi(\mathbf{E}) = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q(r)}{\varepsilon_o\varepsilon_r} = \frac{\tfrac{4}{3}\pi r^3 \frac{Q}{\tfrac{4}{3}\pi R^3}}{\varepsilon_o\varepsilon_r}, \Rightarrow E = \frac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r R^3}.$$

All'interno della sfera il campo è proporzionale a r, all'esterno proporzionale a $1/r^2$



Fenomeni elettrici

Campo elettrico generato da una distribuzione superficiale di carica



36 (Esempio 19.12) Una superficie gaussiana cilindrica che attraversa una distribuzione di carica superficiale infinita. Il flusso attraverso ciascuna base del cilindro è EA ed è zero attraverso la superficie laterale.

Supponiamo la lastra abbastanza grande da essere lontano dai bordi. In tal caso considerazioni di simmetria ci dicono che il campo è perpendicolare alla lastra. Quindi se consideriamo come superficie di Gauss un cilindro a facce parallele alla lastra, il flusso di E sarà nullo sulla superficie laterale (E perpendicolare alla normale alla superficie) e uguale a E*A (se A è la superficie della base del cilindro) sulle superfici di base.

Per il flusso totale vale:

$$\Phi_E = EA + EA = 2EA$$

Definiamo la densità superficiale di carica come:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$$\Phi_E = \frac{q_{INT}}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \qquad q_{INT} = \sigma A$$

$$\Rightarrow 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \qquad \boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}}$$

Il campo elettrico E non dipende dalla distanza dalla superficie, ma è costante.

Per due distribuzioni di carica di questo tipo vicine, una positiva e una negativa il campo all'interno raddoppia.

EdiSES

Fenomeni elettrici

Potenziale del dipolo elettrico e momento del dipolo

Per una singola carica avevamo visto
l'espressione del potenziale

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}$$

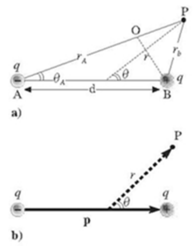


Figura 11.8
(a) Schema per il calcolo del potenziale elettrico in un punto generico P dovuto ad un dipolo elettrico costituito da due cariche poste in A e in B. Per chiarezza la distanza d è disegnata molto più grande di quanto non debba essere secondo l'approssimazione di- ... sentazione gra- ... di dipolo elet-

Dipolo elettrico: due cariche uguali ma opposte in segno poste a distanza d.

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left\{\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right\} =$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left\{\frac{r_A - r_B}{r_A r_B}\right\}$$

$$r_A - r_B \approx \overrightarrow{OA} \approx d\cos\theta_A \approx d\cos\theta$$

A grande distanza dal dipolo r>>d

$$r_A r_B \approx r^2$$

Scannicchio
Fisica biomedica
EdiSES

Fenomeni elettrici

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{d\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\cdot\frac{1}{r^3}\left(\vec{p}\cdot\vec{r}\right)$$

Si definisce il momento di dipolo **p** come il vettore di modulo qd, direzione quella della retta congiungente le due cariche e verso dalla carica – a quella +.
Il vettore r congiunge il centro del dipolo con il punto P.

EdiSES