

Diario delle lezioni

A.A. 2014/2015

Nicola Sansonetto

22 dicembre 2014

- **Lezione 1.** *Lunedì 1 dicembre 2014.* Introduzione e informazioni generali. Definizione di spazio affine, diverse notazioni. Sistemi di riferimento e coordinate affini. Esempi: spazio vettoriale come spazio affine su se stesso, lo spazio affine standard
- **Lezione 2.** *Martedì 2 dicembre 2014.* Il piano affine $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ e lo spazio affine reale $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$. Equazioni parametriche e cartesiane con esempi. Sottovarietà lineari per un punto P e di spazio direttore (o giacitura) W : punti, rette, piani e iperpiani. Intersezione e somma connessa di sottovarietà lineari. Esempi del piano e dello spazio affine. Mutua posizione di sottovarietà lineari: incidenza, parallelismo, complementarità e sottovarietà sghembe; la formula di Grassmann generalizzata con dimostrazione. Thm di coincidenza di sottovarietà. Trasformazioni affini e affinità. Isomorfismo tra spazi affini di dimensione finita e lo spazio affine standard, con dimostrazione.
- **Lezione 3.** *Martedì 9 dicembre 2014.* Il gruppo affine $\text{Aff}(\mathbb{A})$. Sistemi di punti indipendenti e affinità (no dimostrazione). Esempi. Lo spazio vettoriale geometrico: segmenti orientati, classi di equipollenza e vettori geometrici. Struttura vettoriale dell'insieme dei vettori geometrici, isomorfismo tra \mathbb{S} , \mathbb{S}_A e S_A e coordinate, operazioni sulle coordinate. Lo spazio euclideo \mathbb{E}^n : prodotto scalare standard, struttura euclidea di \mathbb{R}^n , ortogonalità e riferimento cartesiano standard.
- **Lezione 4.** *Mcoledì 10 dicembre 2014.* Alcune proprietà di \mathbb{E}^n e relative dimostrazioni. Il concetto di distanza tra sottoinsiemi di spazi affini, esistenza del punto che realizza la (minima) distanza tra sottovarietà con dimostrazione. Il prodotto vettoriale e relative proprietà, in particolare antisimmetria e identità di Lagrange. Interpretazione geometrica del prodotto vettoriale e parallelismo. Area e determinante nel piano e nello spazio euclideo, in particolare l'area del triangolo. Determinante e affinità. L'area orientata. Il prodotto misto. Equazioni cartesiane e parametriche del piano e della retta, il vettore \vec{n} normale un piano, le cui componenti sono i coefficienti delle incognite dell'equazione cartesiana del piano. Piano per tre punti e retta per due punti. Fasci di rette nel piano e fasci di piani nello spazio: fasci propri e impropri. Interpretazioni geometrica del Teorema di Rouchè–Capelli, mutua posizione di rette e piani: interpretazione geometrica e analitica.
- **Lezione 5.** *Lunedì 15 dicembre 2014.* Ancora sull'interpretazione geometrica del teorema di Rouchè–Capelli e mutua posizione di tra piani, tra rette e tra rette e piani nello spazio. *Tutte le seguenti condizioni sono con dimostrazione o interpretazione geometrica o giustificazione geometrica.* Condizione di parallelismo piano–retta (3 metodi distinti). Condizione di complanarietà tra rette. Condizione affinché due rette siano sghembe e conseguente interpretazione geometrica. *Nozioni metriche.* Distanza di due punti. Distanza punto–piano (in 2 metodi diversi). Distanza retta–piano tra loro paralleli. Distanza punto–retta. Distanza tra due rette sghembe (2 metodi distinti). Distanza tra due rette parallele. Angolo tra rette e tra piani. Bisettrici tra due rette nel piano.
- **Lezione 6.** *Mcoledì 17 dicembre 2014.* Esercizi di geometria affine ed euclideo dello spazio.
- **Lezione 6.** *Giovedì 18 dicembre 2014.* Introduzione alla geometria proiettiva. Definizione di spazio proiettivo associato ad uno spazio vettoriale di dimensione finita. Interpretazione

geometrica di \mathbb{P} . \mathbb{P} come classe di equivalenza di vettori proporzionali non nulli. Coordinate omogenee e affini. Esempi: \mathbb{P}^0 , \mathbb{P}^1 e \mathbb{P}^2 con conseguente interpretazione geometrica. Punti propri e impropri. Geometria del piano proiettivo: punti propri e impropri, retta per due punti. Incidenza, rette parallele, direzioni. Fasci di rette.